



.UBA económicas

FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS

LIBRO DE RESÚMENES

**XXIV JORNADAS DE TECNOLOGÍA APLICADA A LA
EDUCACIÓN MATEMÁTICA UNIVERSITARIA**

2025

ORGANIZADORES

Departamento Pedagógico de Matemática (DPM)
Centro de Investigación en Métodos Cuantitativos Aplicados a la Economía y la Gestión (CMA-
IADCOM)

Departamento
Pedagógico de
Matemática
Facultad de Ciencias Económicas - UBA

DPM



CMA
IADCOM - UBA

CENTRO DE INVESTIGACIÓN
EN MÉTODOS CUANTITATIVOS
APLICADOS A LA ECONOMÍA
Y LA GESTIÓN

Universidad de Buenos Aires

Facultad de Ciencias Económicas

Decano: Prof. Emérito Dr. Ricardo J. M. Pablen Acuña

Autoridades de las Jornadas

Prof. Emérito Dr. Ricardo J. M. Pablen Acuña

Prof. Emérita Dra. María Teresa Casparri

Autoridades del Departamento Pedagógico de Matemática

María José Bianco

Javier García Fronti

Eduardo Tarullo

Roberto Armando García

Liliana Norma Silva

Comité Académico

María José Bianco

Roberto Armando García

Verónica María García Fronti

Andrea Leonor Gache

Libro de resúmenes XXIV Jornadas de Tecnología Aplicada a la Educación Matemática Universitaria
2025 / María José Bianco ... [et al.]. - 1a ed. - Ciudad Autónoma de Buenos Aires : Universidad de
Buenos Aires. Facultad de Ciencias Económicas, 2026.
Libro digital, PDF

Archivo Digital: descarga y online
ISBN 978-950-29-2087-0

1. Educación Universitaria. 2. Matemática Aplicada. I. Bianco, María José
CDD 378

COMPILADORES

BIANCO, María José - GACHE, Andrea , GARCÍA, Roberto A - GARCÍA FRONTI, Verónica

ISBN 978-950-29-2087-0





PRÓLOGO

Este libro de resúmenes recoge las contribuciones presentadas durante la jornada docente realizada el 8 de mayo del 2025 en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires. A través de estas páginas, se busca fomentar el diálogo y el aprendizaje colectivo, inspirando a otros docentes a innovar y transformar sus aulas bajo la organización del Departamento Pedagógico de Matemática y el Centro de Investigación en Métodos Cuantitativos Aplicados a la Economía y la Gestión (CMA-IADCOM).

La obra se estructura en tres grandes áreas temáticas, en el primer eje, se explora cómo la inteligencia artificial (IA) está transformando el panorama educativo, ofreciendo oportunidades estratégicas para personalizar el aprendizaje en materias fundamentales como Álgebra y Análisis Matemático. El segundo eje se centra en el desarrollo de aplicaciones matemáticas utilizando herramientas informáticas de vanguardia. Finalmente, el tercer eje subraya la importancia de los aportes interdisciplinarios mediante el uso de tecnología. En todos los trabajos el foco está puesto en integrar herramientas que estimulen la participación y reflexión de los estudiantes.

Confiamos en que estas páginas contribuyan a consolidar un enfoque pedagógico más inclusivo, dinámico y eficaz en el camino hacia la formación de los futuros profesionales.

Dra. María José Bianco
Directora del Departamento Pedagógico de Matemática (DPM)



ÍNDICE GENERAL

XXIV Jornadas de Tecnología Aplicada a la Educación Matemática Universitaria (2025)

PRÓLOGO	4
ÁREA TEMÁTICA I.....	7
<i>Estrategias para desarrollar y fomentar el aprendizaje en sus modalidades presencial y virtual. Métodos innovadores para la evaluación de aprendizajes. TICs.</i>	
LA ENTRENADAS – MAGICSCHOOLAI	8
<i>Juan Pablo Santamaría Moschetta</i>	
MÁS ALLÁ DE LOS NÚMEROS: INTELIGENCIA ARTIFICIAL EN LA ENSEÑANZA Y EL BIENESTAR ESTUDIANTIL.....	16
<i>María José Fernández y Milagros Letáif</i>	
TECNOLOGÍAS PARA EL APRENDIZAJE GRUPAL Y EL CONOCIMIENTO COLECTIVO. EXPERIENCIA DE PRÁCTICAS EN MATEMÁTICA APLICADA II.....	21
<i>Pablo Matías Herrera y Sharon Berenice Buchbinder</i>	
ÁREA TEMÁTICA II	25
<i>Desarrollo de aplicaciones de la Matemática en áreas de las Ciencias Económicas utilizando herramientas informáticas</i>	
SERIES DE TIEMPO ENFOQUE CLÁSICO VERSUS ENFOQUE MODERNO. 26	
<i>Blanca Rosa Vitale</i>	
ESTRATEGIAS DE ACOMPAÑAMIENTO EN LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICA APLICADA II EN CIENCIAS ECONÓMICAS: RESULTADOS DE UNA INTERVENCIÓN BASADA EN DATOS Y RETROALIMENTACIÓN CONTINUA.....	29
<i>Maia Soledad Del Colle y Rita Beatriz Morrone</i>	
DIDÁCTICA DE ANÁLISIS ESTADÍSTICO CON PYTHON, GITHUB y GOOGLE COLLABORATORY	33
<i>María José Bianco y Natalia Salaberry</i>	



VISUALIZACIÓN INTERACTIVA DE SISTEMAS DINÁMICOS: IMPLEMENTACIÓN DE DIAGRAMAS DE FASE CON IPYWIDGETS EN PYTHON.....	36
<i>Rita Beatriz Morrone</i>	
PANELES INTERACTIVOS EN LA ENSEÑANZA DE ECUACIONES DIFERENCIALES: UN ENFOQUE VISUAL PARA EL ESTUDIO DE MODELOS ECONÓMICOS.....	42
<i>Fernández María José , García Fronti Verónica y Parma Andrea</i>	
EL EFECTO DE LAS SEQUÍAS EN LA ECONOMÍA ARGENTINA: ENCADENAMIENTOS PRODUCTIVOS Y PÉRDIDAS ECONÓMICAS.....	49
<i>Esteban Otto Thomasz , Kevin Corfield y Ana Silvia Vilker</i>	
LA ECONOMETRÍA DE LOS CAMBIOS ESTRUCTURALES. TRAS LA INTUICIÓN DE JULIO OLIVERA.....	54
<i>Julio Eduardo Fabris</i>	
DESARROLLO DE UN PAQUETE DE R PARA ANÁLISIS NUMÉRICO	62
<i>Julio Eduardo Fabris y Matías Rosenstein</i>	
APLICACIÓN DE HERRAMIENTAS DIGITALES PARA EL APRENDIZAJE DE CURVAS DE NIVEL Y GRÁFICAS DE FUNCIONES EN TRES VARIABLES	71
<i>Mateo Bernardo Strada , Franco Agustín Korenfeld , Gina Elizabeth Marrazzo , Lucas Francisco Fava y Rita Beatriz Morrone</i>	
EL MODELO SAMR APLICADO A LA ENSEÑANZA DEL TEST KRUSKAL- WALLIS	75
<i>Gbersi Liliana</i>	
APRENDER ANÁLISIS MATEMÁTICO CON PYTHON	82
<i>Silvia Vietri, y Silvina Del Duca</i>	
ÁREA TEMÁTICA III.....	88
<i>Aportes y propuestas interdisciplinarias mediante el uso de tecnología</i>	
FACTORES CONDICIONANTES EN LA SUPERVIVENCIA DE LAS MIPYMES INDUSTRIALES ARGENTINAS: UN ANÁLISIS DE UNA ENCUESTA PYME 2019-2023.....	89
<i>Antomarione Thiago y Rita Beatriz Morrone</i>	
SIMULACIÓN PRÁCTICA DE MODELOS ECONÓMICOS. LA IA COMO RECURSO EN LA ENSEÑANZA MATEMÁTICA.....	93
<i>Martín González, Tomás Rodríguez Trilnik, Franco Fasciglione, Candela Cafiel, Francisco Caserio, Gustavo Ynoub y Beatriz Lupín</i>	



ÁREA TEMÁTICA I

Estrategias para desarrollar y fomentar el aprendizaje en sus modalidades presencial y virtual. Métodos innovadores para la evaluación de aprendizajes. TICs.



IA ENTRENADAS – MAGICSSCHOOL.AI

Juan Pablo, Santamaria Moschetta
jsantamaria@cbc.uba.ar

Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires.

Palabras Clave: IA, Aplicativos, Álgebra, Análisis Matemático, TICs

RESUMEN EXTENDIDO

La inteligencia artificial (IA) está transformando rápidamente el panorama educativo, y su incorporación en el dictado de materias como Álgebra y Análisis Matemático representa una gran oportunidad para optimizar el aprendizaje en la Facultad de Ciencias Económicas. Estas disciplinas, fundamentales para la formación de los futuros economistas, contadores y administradores, pueden beneficiarse enormemente del uso estratégico de herramientas basadas en IA.

Una de las principales ventajas de la IA en la enseñanza de estas materias es la personalización del aprendizaje. Las plataformas inteligentes pueden adaptarse al ritmo y estilo de cada estudiante, identificando sus debilidades y proporcionando ejercicios o explicaciones específicas para reforzar sus conocimientos. Esto resulta especialmente valioso en contextos universitarios donde los grupos son numerosos y el docente no siempre puede atender individualmente a cada alumno.

Además, la IA permite la automatización de tareas repetitivas, como la corrección de ejercicios matemáticos o la generación de evaluaciones. Esto libera tiempo para que los docentes se concentren en actividades más estratégicas, como el análisis de resultados o la preparación de clases más interactivas. Herramientas como asistentes virtuales, sistemas de tutoría automática y plataformas de resolución de problemas pueden acompañar al estudiante fuera del aula, ofreciendo apoyo constante.

En asignaturas como Álgebra o Análisis Matemático, donde la abstracción y la lógica formal son esenciales, la IA también facilita la visualización de conceptos complejos a través de gráficos dinámicos, simulaciones interactivas y explicaciones paso a paso. Esto contribuye a mejorar la comprensión profunda y reducir la ansiedad matemática, un problema común entre los estudiantes de ciencias económicas.

Finalmente, el uso de IA promueve habilidades claves del siglo XXI, como el pensamiento computacional, la resolución de problemas y la alfabetización digital, todas altamente valoradas en el mercado laboral actual. Incluir estas tecnologías en la formación académica no solo mejora el aprendizaje de las matemáticas, sino que también prepara a los estudiantes para desenvolverse con éxito en entornos profesionales cada vez más digitalizados y basados en datos.

En este análisis particular se desarrolla la herramienta: MagicSchool.ai, una IA ya entrenada para realizar determinadas tareas pedagógicas. MagicSchool es una plataforma educativa diseñada específicamente para docentes, este sistema integral de apoyo sirve para la creación de recursos educativos. Es un asistente virtual especializado en contenido académico que permite un enfoque particular en matemática, es como tener un ayudante a quién se le puede pedir que diseñe ejercicios,

clases y demás actividades, abusando del ejemplo, también se debe revisar lo generado por este, a ver si es completamente correcto.

Entre muchos beneficios para docentes existe la generación automática de problemas matemáticos, la creación de evaluaciones personalizadas, explicaciones detalladas de conceptos algebraicos, adaptación de contenido según el nivel universitario y soporte multilingüe, este último es esencial para que todos puedan usarlo, ya que los traductores de los navegadores no siempre funcionan correctamente. En el margen superior derecho de la página, se puede elegir el idioma en el que se desea realizar la experiencia.

Posee una interfaz intuitiva y fácil de usar, genera recursos educativos en tiempo real, trabaja en formato LaTeX, posee un banco de recursos compartidos entre educadores y permite la personalización de contenido según necesidades específicas

Las herramientas de matemática especializadas son el renderizado de fórmulas algebraicas, la creación de gráficos y visualizaciones, la generación de paso a paso para resolución de problemas, ejemplos contextualizados para estudiantes y verificación automática de respuestas.

Puede utilizarse en el aula para presentaciones dinámicas de conceptos, ejercicios prácticos interactivos, evaluaciones formativas, material de apoyo para estudiantes y recursos para aprendizaje asincrónico. Permite integrarse con el programa académico de cada materia, alineándose con estándares universitarios.

Posee, tutoriales y guías de uso, una comunidad activa de educadores y actualizaciones regulares de contenido. Genera una mayor interacción estudiantil y reduce el tiempo de preparación docente.

Algunas de las funciones que posee esta IA se pueden observar en la figura 1

Figura 1. Ingreso de información para generar problemas



- Genera problemas aplicados con una historia

Por ejemplo, sistemas de ecuaciones lineales en la situación particular de una carrera de autos.

En la figura dos se ven las entradas que permite la interfaz, primero el nivel de grado, este oscila entre jardín de infantes, primaria y secundaria (según el año), universidad e incluso niveles profesionales.

Luego el número de preguntas que se desea que formule, pueden ser 3, 5, 7 o 10. Aunque nada impide volver a ingresar y solicitar más ejercicios.

El tercer ingreso es sobre el tema de matemática que queremos que se formulen los ejercicios. Se puede dar el título del tema o detallarlo lo más posible, como todo prompt, cuanto más detalle mejor, más personalizado y más cerca del programa académico que se busca, acepta hasta 75.000

palabras, incluso permite subir archivos con el tema en cuestión, pero de no hacerlo, la IA tiene información suficiente para generar estos ejercicios.

Por último, el tema de la historia, este puede ser banal o ser una aplicación económica. Es una de las funciones que más atrae a los docentes, incluso está cargado por defecto a modo de ejemplo “Concierto de Beyoncé”, se puede apreciar la cantidad de variantes que puede darle esta IA a los exámenes y ejercicios.

Figura 2. Ingreso de información para generar problemas

[Borrar Entradas](#) [Ejemplar](#)

Problemas de Palabras de Historia de Matemáticas

Escribe problemas de palabras de matemáticas personalizados basados en lo que estás enseñando y cualquier tema de historia.

Nivel de grado: *

Universidad

Número de Preguntas: *

3

Estándar/Objetivo/Tema de Matemáticas: *

Volumen de un Cono

[Agregar archivo](#) Limite total de palabras: 0/75.000

Tema de la Historia: *

Concierto de Beyoncé

[Agregar archivo](#) Limite total de palabras: 0/75.000

[Generar](#)

- Respecto a videos de Youtube

La IA genera un resumen de la longitud que se desee, 1 párrafo, 1 página, 5 viñetas, 500 palabras. De la misma manera en otra herramienta permite generar preguntas orientadoras alineadas a un video especial.

- Cuestionario, evaluación de opción múltiple

Como vemos en la figura 3, genera una evaluación, cuestionario o prueba de opción múltiple basada en cualquier tema, estándar o criterio. Al igual que en el caso de los ejercicios con ficciones aquí hay que detallar el nivel de grado, la cantidad de preguntas y el tema que se desea evaluar, asimismo se puede determinar los criterios de evaluación como por ejemplo los Estándares Estatales Básicos Comunes (CCSS por sus siglas en inglés) que son un conjunto de estándares educativos que describen lo que los estudiantes deben saber y ser capaces de hacer en cada grado, desde jardín de infantes hasta

el grado 12, en las áreas de lengua y literatura y matemáticas. Estos criterios de evaluación no es necesario ingresarlo.

- Conceptos erróneos comunes

Es una función realmente original, aquí se puede ingresar un tema en particular con su nivel, por ejemplo “Universidad, matrices” e inmediatamente dar varias devoluciones del estilo de “1. Los estudiantes piensan que las matrices son solo listas de números.” Y luego una sugerencia de “Cómo abordar esta concepción errónea: Explicar que las matrices son estructuras matemáticas que representan relaciones entre datos y no solo colecciones de números. Usar ejemplos prácticos como la representación de sistemas de ecuaciones o transformaciones en gráficos para mostrar su aplicabilidad en diversas áreas.”¹

Figura 3. Entrada para generar evaluaciones

Cuestionario/evaluación de opción múltiple

Genere una evaluación, cuestionario o prueba de opción múltiple basada en cualquier tema, estándar(es) o criterio.

Nivel de grado: *

Universidad

Número de preguntas: *

5

Tema, estándar, texto o descripción de la evaluación (sea específico): *

📄 Evaluación diagnóstica sobre los siguientes estándares... Gran bloque de texto que es un extracto de El gran Gatsby u otro texto Mitosis Prueba de vocabulario para estas palabras: cromosomas, citocinesis, metafase, centrómero, fibras del huso

📄 Agregar archivo ▾ Límite total de palabras: 0/75.000

🆘 Asistencia inmediata

Estándares establecidos para alinearse con:

📄 Cualquier estándar a nivel mundial (CCSS, TEKS, Ontario, Florida)

📄 Agregar archivo ▾ Límite total de palabras: 0/75.000

🔧 Generar

🌐 Búsqueda web

¹ MagicSchool AI. (s/f). MagicSchool AI. Recuperado el 30 de julio de 2025, de <https://app.magicschool.ai/tools/common-misconceptions-generator?slug=common-misconceptions-generator&thread=98201555>

- Nivelador de texto

Toma un texto y lo adapta para cualquier nivel de grado para que se ajuste a la altura y habilidades de lectura de un estudiante. Aquí se pueden subir hasta 75.000 palabras, e incluso un archivo, luego devolver un texto del nivel que se le pida. Cabe aclarar que determina de 1° a 6° para la educación primaria, de 7° a 12° para la educación secundaria y por supuesto Universidad y camino profesional.

- Genera un plan de lección para un tema que se esté enseñando.

Aquí además de lo ya detallado, definir nivel, tema, estándares internacionales, permite que el docente agregue criterios adicionales, como por ejemplo, por defecto dice: “Los estudiantes están en una unidad sobre regiones del mundo, la última lección de los estudiantes fue sobre geografía de los Estados Unidos, incluir trabajo en grupo en la lección, etc” De esta forma le permite al docente apoyarse en estos planes de clase que emite la IA con las características particulares ingresadas para poder armar el propio

- Genera contenido académico original

Según los criterios que se elijan, tipo de contenido, longitud, tema y criterios adicionales será el material creado. Estos se ven claramente en el ejemplo de la figura 4.



Figura 4. Entrada para generar contenido académico

Contenido académico
Generar contenido académico personalizado basado en los criterios de tu elección.

Nivel de grado: *

Universidad v

Tipo de contenido: *

ψ Cuento, Texto Procedimental, Persuasivo, Artículo de Noticias, Página de Libro de Texto

Agregar archivo v Límite total de palabras: 0/75.000

Longitud del texto: *

ψ 1 página, Exactamente 1 párrafo, 2 páginas, 3 páginas

Agregar archivo v Límite total de palabras: 0/75.000

Tema, estándar, objetivo (sé lo más específico posible): *

ψ El proceso de mitosis, la historia de Jack y las Habichuelas Mágicas pero ambientada en un mundo de Minecraft, Un artículo que describe los eventos del Escándalo de Watergate, Una línea de tiempo de los eventos de la Guerra Civil, etc.

Agregar archivo v Límite total de palabras: 0/75.000

Asistencia de solicitud

Criterios adicionales:

ψ Incluir las siguientes palabras de vocabulario..., usar metáforas y símiles, usar ethos, pathos y logos, incluir todas las partes del viaje de un héroe, ser muy descriptivo con el escenario, demostrar el uso de imágenes en el texto.

Agregar archivo v Límite total de palabras: 0/75.000

Generar Búsqueda en la web

- Asignaciones resistentes a la IA

En relación con el punto anterior, vemos que los estudiantes podrían usarlo para evitar realizar las tareas ellos mismos, por tal motivo, esta funcionalidad ofrece generar tareas que no sean posibles resolver exclusivamente con IA

- Conexiones con el mundo real

Genera ejemplos del mundo real para aumentar la inmersión de los estudiantes en el tema y permite avanzar en la abstracción de los temas específicos de la materia, partiendo de ejemplos más visuales

- Se puede crear un chatbot personalizado

Para interactuar con los estudiantes según el criterio que se elija, de esta manera sería posible tener un chat por cada unidad y de esa manera poder consultar sobre los ejercicios

- Genera múltiples explicaciones y ejemplos de un concepto
Esta función es realmente interesante, ofrece alternativas para no repetir explicaciones, otra forma de decir las cosas permite poder abordar un mismo tema de maneras diferentes.
- Preguntas dependientes del texto
Se puede subir un texto, un archivo desde la computadora, desde el Drive, desde OneDrive, incluso un sitio web y solicitar que genere preguntas sobre el mismo.
- Posee muchas funciones más que exceden esta extensión

La versión que se ha analizado es gratuita, sin embargo, el modo premium permite repreguntar cuantas veces se quiera a través de la IA sobre las salidas que esta ofrece, mejorando y perfeccionando las tareas solicitadas.

En conclusión, la inteligencia artificial representa una herramienta poderosa para enriquecer la enseñanza. Su incorporación inteligente puede mejorar la calidad educativa, hacerla más inclusiva y personalizada, y fomentar una relación más positiva de los estudiantes con las matemáticas

BIBLIOGRAFÍA

Argentina. (2006). *Ley N.º 26.206: Ley de Educación Nacional* (27 de diciembre de 2006). Boletín Oficial de la República Argentina.

Bianco, M., García, R., & Zorzoli, G. (2000). *Análisis matemático I: Notas de teoría y práctica*. Eudeba.

Coll, C. (2009). *Los desafíos de las TIC para el cambio educativo*. En R. Carneiro, J. Toscano & T. Díaz (Coords.), *Los desafíos de las TIC para el cambio educativo*. Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura; Fundación Santillana.

Font, E., Lazzari, L., Montero, B., Thompson, S., Fraquelli, A., Loíacono, T., Moulia, P., & Wartenberg, R. (1999). *Álgebra con aplicaciones a las ciencias económicas*. Ediciones Macchi.

Gache, A., et al. (2021). Enseñanza remota de emergencia implementada para cursos masivos de álgebra y análisis matemático de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires. En N. A. Sandez (Ed.), *XXXV Jornadas Nacionales de Docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y Afines* (pp. 131–140). EUNSA Editorial Universitaria de Salta.

Santamaría, J. (2018). Uso de la aplicación Matlab: Herramientas tecnológicas para uso en el aula. En E. Rodríguez & E. De Rosa (Eds.), *XXXIII Jornadas Nacionales de Docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y Afines* (pp. 169–176). Editorial Universidad Nacional de Tucumán.

Santamaría, J. (2019). Un recurso educativo más: Las redes sociales. En N. M. Sosa (Ed.), *XXXIV Jornadas Nacionales de Docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y Afines* (pp. 271–278). Editorial Universidad Nacional de Misiones.

Santamaría, J. (2022). Visualización de los conceptos de combinación lineal, sistema de generadores y subespacio generado. En S. I. Padró (Ed.), *XXXVI Jornadas Nacionales de Docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y Afines* (pp. 81–90). Editorial Universidad Adventista del Plata.

Santamaría, J. (2023). Utilidades de la inteligencia artificial y el ChatGPT en álgebra. En *XXXVII Jornadas Nacionales de Docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y Afines* (pp. 224–230). EDUPA Editorial Universitaria de la Patagonia.

Santamaría, J. (2024). Aplicativos en álgebra y análisis matemático. En *XXXVIII Jornadas Nacionales de Docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y Afines*. Universidad Nacional del Litoral, Santa Fe.

MÁS ALLÁ DE LOS NÚMEROS: INTELIGENCIA ARTIFICIAL EN LA ENSEÑANZA Y EL BIENESTAR ESTUDIANTIL

María José Fernández¹
mariajfernandez@economicas.uba.ar
Milagros Letaif²
milagrosletaif5@gmail.com

¹Universidad de Buenos Aires. Facultad de Ciencias Económicas. CONICET. Instituto Interdisciplinario de Economía Política de Buenos Aires (IIEP)

²Universidad de Buenos Aires, Facultad de Ciencias Económicas

Palabras Clave: Inteligencia Artificial, aprendizaje, matemática, ansiedad, tecnología educativa.

RESUMEN EXTENDIDO

En los últimos años, con la presencia cada vez más arraigada de la tecnología en el ámbito educativo, se ha transformado la forma en que estudiantes y profesores interactúan durante el proceso de enseñanza y aprendizaje. No obstante, con esta revolución tecnológica también surgen interrogantes sobre la efectividad y las implicancias de su aplicación en el aula, tanto para los estudiantes como para los docentes, y también dentro de la vida personal de cada uno de estos agentes. Este trabajo busca explorar los beneficios, retos y potencial de la IA como herramienta complementaria en el proceso educativo.

Las aplicaciones basadas en modelos de lenguaje permiten incorporar técnicas de estudio innovadoras, abriendo nuevas posibilidades en los procesos de enseñanza y aprendizaje a nivel universitario. Además de brindar asistencia académica y pedagógica de forma dinámica y flexible, también pueden ayudar al usuario a gestionar el estrés y la ansiedad que suelen aparecer ante los resultados académicos. Plataformas como *ChatGPT*, *Google Gemini* y *DeepSeek* permiten generar explicaciones adaptadas al nivel cognitivo del usuario, además de personalizar respuestas según las necesidades de estudiantes o docentes.

Para comprender cómo usar esta herramienta, primero es necesario definir y explicar cómo funciona la Inteligencia Artificial (IA), abordando sus tres bases fundamentales: el *machine learning* (aprendizaje automático), las redes neuronales artificiales y el procesamiento del lenguaje natural. El *machine learning* permite a los sistemas extraer patrones de grandes volúmenes de datos, ajustando sus respuestas a medida que se lo entrena con más información. Las redes neuronales artificiales, inspiradas en el funcionamiento del cerebro humano, se componen de múltiples capas de nodos que procesan y transforman datos de entrada para generar respuestas complejas. Finalmente, el procesamiento del lenguaje natural (PLN) se enfoca en permitir que las máquinas comprendan y produzcan lenguaje humano, tanto hablado como escrito.

Dentro de esta estructura se encuentra una de las aplicaciones más avanzadas de la IA: los modelos de lenguaje basados en la arquitectura *Generative Pre-Trained Transformer* (GPT). Esta tecnología fue desarrollada por OpenAI y se basa en un tipo de red neuronal llamada *transformer*, que permite analizar y generar texto de manera coherente y contextualizada, a partir de conversaciones ya cargadas o previas que haya tenido con el usuario.

El término *Generative Pre-Trained Transformer* se puede descomponer en tres partes:

- Generative: indica que el modelo tiene la capacidad de generar contenido nuevo, como textos, respuestas, resúmenes o incluso código, a partir de una entrada determinada.
- Pre-Trained: hace referencia a que el modelo ha sido entrenado previamente con grandes cantidades de datos textuales antes de ser afinado para tareas específicas. Esto le proporciona una vasta base de conocimientos sobre diversos temas.
- Transformer: es la arquitectura subyacente, introducida en 2017, que revolucionó el campo del PLN al permitir a los modelos procesar secuencias de palabras en paralelo, en lugar de hacerlo secuencialmente como los modelos anteriores. Esto aumentó drásticamente la eficiencia y precisión en la generación de texto.

Este recurso no solo brinda respuestas inmediatas e individualizadas, sino que también facilita la corrección automática, la retroalimentación particularizada y la adaptación progresiva de la dificultad en los ejercicios. De esta forma, las aplicaciones interactivas de IA se presentan como un mecanismo para mejorar el aprendizaje. Además, su uso se extiende al bienestar mental. Un ejemplo es *Meditia*, una aplicación de IA que ofrece intervenciones de meditación personalizadas para estudiantes bajo estrés académico.

Este tipo de propuestas ha sido evaluado en estudios recientes. Según Best Colleges (2023), el 86% de los estudiantes universitarios utiliza IA, siendo *ChatGPT* la más empleada (66%). Otro de los análisis realizados, en este caso por un grupo de investigadores publicado en el *Journal of Medical Internet Research* en enero de 2024, evaluó el rendimiento de dispositivos portátiles equipados con IA para detectar el estrés en estudiantes. Los resultados indicaron que estas herramientas clasificaron correctamente a los estudiantes con y sin estrés en el 85,6 % de los casos, lo que sugiere una capacidad aceptable para monitorear y gestionar el estrés en entornos educativos (Abd-Alrazaq et al., 2024).

Se deben considerar las características de las nuevas generaciones: están habituadas a la inmediatez, la gratificación instantánea y el acceso constante a la tecnología. Partiendo de esta base, podría señalarse que, tras la pandemia, se evidenciaron cambios significativos en las habilidades de pensamiento crítico y en la resolución de problemas en los distintos niveles educativos, afectando especialmente a las nuevas generaciones de estudiantes universitarios y futuros profesionales. Según un informe de la UNESCO (2023), la crisis del COVID-19 amplifica brechas de aprendizaje y modificó las dinámicas de enseñanza y evaluación en todos los niveles educativos. En este contexto, resulta clave replantear la metodología de enseñanza, lo que abre nuevos interrogantes para el docente: por qué enseña y cómo debería hacerlo. Por ende, desde la mirada del docente, estos cambios en la actualidad, es una cuestión de transformar la educación y la forma en la que se valora el aprendizaje de los alumnos.

En 1984, Benjamin S. Bloom publicó un artículo, que plantea lo que él llama el “*problema de las dos sigmas*”: *el reto de encontrar métodos de enseñanza en grupo que sean tan eficientes como la tutoría individualizada*. Esto surge luego de estudios en los que se compararon tres condiciones: 1) Enseñanza convencional (clases grandes sin apoyo individualizado). 2) Aprendizaje por maestría (clases, pero con pruebas formativas y retroalimentación correctiva). 3) Tutoría individualizada (uno a uno o en pequeños grupos).

Los resultados mostraron que los estudiantes con tutoría individual alcanzaron un desempeño promedio que estaba dos desviaciones estándar por encima del grupo convencional, es decir, superan al 98 % de esos estudiantes. Mientras tanto, el grupo de “maestría” presentaba una mejora de una desviación (por encima del 84 %) (Figura 1).

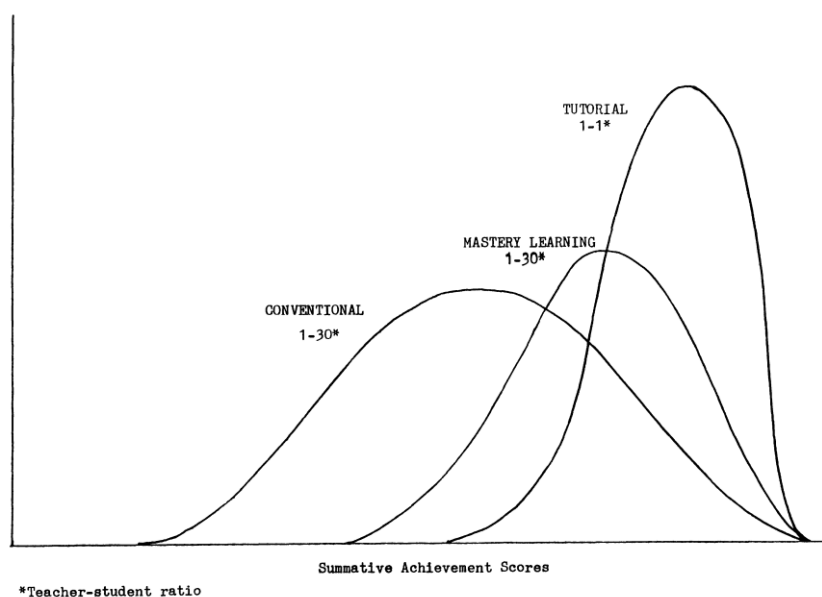


Figura 1. Comparación de los puntajes de logro según el método de instrucción
Fuente: Bloom, B. S. (1984). The 2 Sigma Problem: The Search for Methods of Group Instruction as Effective as One-to-One Tutoring. Educational Researcher, 13(6), p. 5.

Lo importante en este análisis que contribuye a este gran efecto en la enseñanza es el tiempo de instrucción enfocado, retroalimentación constante, corrección inmediata, participación activa del estudiante y un refuerzo individualizado. Sin embargo, este enfoque es poco práctico a gran escala por su alto costo. Con la incorporación de aplicaciones de Inteligencia Artificial, estas limitaciones económicas se reducen parcialmente, ya que la IA permite automatizar muchas de las tareas que normalmente requerirían intervención humana, como la retroalimentación y la corrección de ejercicios. Al incorporar algoritmos inteligentes, es posible personalizar el aprendizaje para cada estudiante, mediante el uso de un *Prompt*², adaptando los contenidos y las intervenciones en función del progreso individual, permitiendo a los estudiantes recibir la misma atención que tendrían en un entorno de tutoría, simulando el modelo de profesor mediante la indicación generada.

A su vez, puede ayudar a que los estudiantes dominen un tema antes de avanzar al siguiente, haciendo que menos se queden atrás y que cada vez más de ellos tengan una base sólida de conocimientos. Estas herramientas pueden ofrecer ejercicios interactivos y personalizados que mantienen a los estudiantes comprometidos en su aprendizaje, haciendo que el proceso sea más dinámico y atractivo. En lugar de depender únicamente de métodos tradicionales, pueden interactuar con la tecnología de manera que se ajuste a su ritmo y estilo de aprendizaje, facilitando una participación más activa.

De este modo, la inteligencia artificial puede desempeñar un rol funcional como orientador vocacional o incluso como asistente personal, brindando apoyo en diversas situaciones, como el estrés o la ansiedad asociados a la preparación de exámenes universitarios. En muchos casos, el temor anticipado a los resultados de evaluaciones relevantes afecta negativamente el rendimiento académico. Según Pandey (2024), las herramientas basadas en IA, como los agentes conversacionales y los chatbots, han mostrado un impacto positivo en la reducción de los síntomas de ansiedad y estrés en los jóvenes. Pandey destaca que estas tecnologías, al ser personalizadas y adaptadas a las necesidades emocionales de los usuarios, han permitido que los adolescentes reciban intervenciones terapéuticas como la terapia cognitivo-conductual (TCC), sin la necesidad de acudir constantemente a un profesional de la salud mental. De hecho, la evidencia emergente sugiere que el uso de IA en el campo de la salud mental ha mejorado significativamente el bienestar emocional de los estudiantes, permitiéndoles gestionar mejor el estrés académico y las presiones relacionadas con sus estudios.

² Instrucción o pregunta que se realiza a una inteligencia artificial para que genere una respuesta del modo que el usuario quiera.

Para incorporar la inteligencia artificial en el aula, se deberá realizar una configuración previa que aproveche su funcionamiento basado en algoritmos. Como se mencionó anteriormente, estos sistemas operan a partir de patrones repetitivos, secuencias de palabras, y el contexto generado por conversaciones anteriores, es en este sentido que desde el aula se puede fomentar el uso consciente del *prompting*³. La forma de optimizar este recurso es que el propio docente defina y sugiera *prompts* específicos, alineados con los objetivos del curso y la forma particular en que se aborda cada contenido. Esto permite guiar al estudiante en su interacción con estas aplicaciones, asegurando que las respuestas se enmarquen en el enfoque y los métodos trabajados en clase. De esta forma, se evita que la IA proponga procedimientos o enfoques que no hayan sido abordados durante la cursada, lo cual puede generar confusión o dificultades en el aprendizaje. Incluir esta orientación como parte de la planificación pedagógica fortalece el uso didáctico de la IA, alineándola con los objetivos específicos del curso.

Una estrategia eficaz consiste en establecer parámetros vinculados al contenido de la materia desde el inicio de la interacción. Por ejemplo, enriquecer al modelo con material propio de la cursada, adjuntando en las aplicaciones la bibliografía obligatoria, apuntes de clase, guías prácticas o ejemplos de evaluaciones. Esto no requiere un entrenamiento técnico complejo, sino una preparación cuidadosa por parte del estudiante o docente, que actúa como una suerte de “entrenamiento personalizado” en cada sesión. Un ejemplo de *prompting* inicial podría ser:

“actúa como ayudante de matemática aplicada, explícame diagonalización de matrices usando el Alpha Chiang, y haciendo énfasis en lo teórico”

Este tipo de instrucciones permiten que la IA adopte un rol específico, adaptado a las necesidades de la cursada, y que su desempeño sea más preciso, didáctico y útil en contextos educativos. Al establecer estos parámetros desde el principio, se orienta la interacción hacia objetivos concretos de aprendizaje, transformando a la inteligencia artificial en un verdadero recurso pedagógico al servicio del aula.

Un interrogante frecuente desde la popularización de la inteligencia artificial es si esta tecnología llegará a reemplazar a los profesionales, en particular a los docentes. La respuesta no debería centrarse en la sustitución, sino en cómo incorporar estas herramientas de manera innovadora, promoviendo el aprendizaje sin penalizar al estudiante por ampliar sus fuentes de conocimiento. Por el contrario, el rol del docente debe orientarse a acompañar, guiar y potenciar el proceso formativo. En este contexto, resulta imprescindible abandonar el statu quo en el ámbito educativo y asumir los desafíos que plantean los avances tecnológicos. Del mismo modo en que la Revolución Industrial generó temores y resistencias en su tiempo, hoy se percibe un escepticismo similar frente a la integración de la inteligencia artificial en las prácticas educativas. Si no se supera el temor a la innovación y no se avanza hacia una integración crítica y pedagógicamente fundamentada de la inteligencia artificial, las limitaciones impuestas por esta postura podrían convertirse en una profecía autocumplida: la educación quedaría rezagada, no por las herramientas tecnológicas en sí mismas, sino por la negativa a adaptarse a ellas.

Por esto, es que la inteligencia artificial representa una oportunidad transformadora para la educación, tanto en lo académico como en lo emocional. Apuntar a su correcta implementación no debe entenderse como una amenaza a los métodos tradicionales, sino como una herramienta complementaria que puede enriquecer los procesos de enseñanza y aprendizaje, haciéndolos más inclusivos, personalizados y eficaces.

BIBLIOGRAFÍA

Abd-Alrazaq, A., Alajlani, M., Ahmad, R., Alsaad, R., Aziz, S., Ahmed, A., Alsahli, M., Damseh, R., & Sheikh, J. (2024). The performance of wearable AI in detecting stress among students: Systematic review and meta-analysis. *Journal of Medical Internet Research*, 26, e52622. <https://doi.org/10.2196/52622>

³ Técnica de proporcionar instrucciones iniciales claras y específicas a la IA para delimitar su rol y orientar su funcionamiento

Al-Sayed, S., Assayed, S., Alkhatib, M., & Shaalan, K. (2024). Impact of artificial intelligence chatbots on student well-being and mental health: A systematic review. *People and Behavior Analysis*, 2(2). <https://doi.org/10.31098/pba.v2i2.2411>

BestColleges. (2023). *Survey: Most college students use AI tools for school*. <https://www.bestcolleges.com/research/college-students-use-ai/>

Bloom, B. S. (1984). The 2 sigma problem: The search for methods of group instruction as effective as one-to-one tutoring. *Educational Researcher*, 13(6), 4–16. <https://doi.org/10.3102/0013189X013006004>

Coda-Forno, J., Witte, K., Jagadish, A. K., Binz, M., Akata, Z., & Schulz, E. (2023). *Inducing anxiety in large language models can induce bias* (arXiv:2304.11111). arXiv. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2304.11111>

EdTalk World. (2024). *DeepSeek AI: Transforming education in the 21st century*. <https://www.edtalk.world/post/deepseek-ai-transforming-education-in-the-21st-century>

García Canclini, N. (2010). *La sociedad sin relato: Antropología y estética de la inminencia*. Katz Editores.

Luckin, R., Holmes, W., Griffiths, M., & Forcier, L. B. (2016). *Intelligence unleashed: An argument for AI in education*. Pearson Education.

Meditia. (2025). *Meditia: Meditación con IA – Gemini API. Aplicación para el bienestar mental basada en IA*. <http://meditia.app>

Pandey, H. M. (2024). *Artificial intelligence in mental health and well-being: Evolution, current applications, future challenges, and emerging evidence* (arXiv:2501.10374). arXiv. <https://arxiv.org/abs/2501.10374>

Prensky, M. (2001). Digital natives, digital immigrants. *On the Horizon*, 9(5), 1–6.

Shen, G., Zhao, D., Bao, A., He, X., Dong, Y., & Zeng, Y. (2024). *StressPrompt: Does stress impact large language models and human performance similarly?* (arXiv:2409.17167). arXiv. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2409.17167>

Vaswani, A., Shazeer, N., Parmar, N., Uszkoreit, J., Jones, L., Gomez, A. N., Kaiser, L., & Polosukhin, I. (2017). Attention is all you need. En *Advances in Neural Information Processing Systems* (Vol. 30). <https://papers.nips.cc/paper/7181-attention-is-all-you-need.pdf>

UNESCO. (2023). *Reimaginar nuestros futuros juntos: Un nuevo contrato social para la educación*. Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura. <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000379707>

TECNOLOGÍAS PARA EL APRENDIZAJE GRUPAL Y EL CONOCIMIENTO COLECTIVO. EXPERIENCIA DE PRÁCTICAS EN MATEMÁTICA APLICADA II

Pablo Matías Herrera

28PH31925667@campus.economicas.uba.ar

Sharon Berenice Buchbinder

40BU44770400@campus.economicas.uba.ar

Institución de Procedencia: Programa de Investigación con Organizaciones Social-Solidarias en Espacios digital-virtuales. CIMBAGE-LADCOM. Facultad de Ciencias Económicas UBA.

Palabras Clave: Aprendizaje en grupos, Conocimiento colectivo, Tecnologías para la interacción, Prácticas en Matemática Aplicada II.

RESUMEN EXTENDIDO

Con esta presentación buscamos abrir preguntas vinculadas con la forma en la que se utiliza la tecnología en el ámbito de la educación matemática universitaria. Para ello, tomamos en cuenta la experiencia de la implementación de prácticas docentes que asociamos con un acercamiento a la autogestión pedagógica (Lapassade, 1977) en la asignatura Matemática Aplicada II. Nos ubicamos como parte del cuerpo docente de la asignatura y también como investigadores que participamos de dos programas: el Programa de Investigación con Organizaciones Social-Solidarias en Espacios digital-virtuales de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires y el Programa de Aprendizaje de y en Autogestión de la Asociación Civil INCLUIR. Desde este doble posicionamiento -docencia-investigación-, entendemos que el aprendizaje en los grupos -como el que se forma en un espacio como el aula, ya sea física o virtual- se asocia con el conocimiento producido a partir de la interacción y que, consecuentemente, ese mismo conocimiento es de propiedad colectiva (Heras, 2014, 2016, 2023). Esta forma de entender lo que es el conocimiento se contrapone a la forma dualista que ubica al docente -polo del saber- como portador de un conocimiento sobre un tema que se lo trasmite a sus alumnos -polo del no saber- que deben apropiarse de ese conocimiento. Buscamos abrir preguntas, entonces, que nos permitan reflexionar acerca de cómo la integración de tecnologías en Matemática Aplicada II contribuye con ciertas prácticas vinculadas a la autogestión pedagógica y con formas de entender el conocimiento como algo colectivo, compartido, abierto y en transformación, forma en la que nos posicionamos, que la practicamos y la que motivamos en los múltiples espacios en los que participamos.

Compartimos ahora un poco del contexto vinculado con los cursos en los que participamos como docentes de la asignatura Matemática Aplicada II en el primer cuatrimestre del 2025 y lo caracterizamos como novedoso, masivo y físico-virtual. El cuatrimestre de referencia, es la primera vez que se comparten los contenidos de Matemática Aplicada II. Es una de las nuevas asignaturas que se incorporó en una modificación reciente del plan de estudios de las carreras de la Licenciatura en Economía y Actuario (en Administración y en Economía) y en ella se comparten algunos de los contenidos que anteriormente se incorporaban en asignatura Matemática para Economistas. La otra parte de los contenidos que se correspondían con Matemática para Economistas se integró a Matemática Aplicada I, otra de las nuevas asignaturas del plan de estudios, y que los participantes de los cursos de Matemática Aplicada II de este cuatrimestre, no cursaron. En este sentido, caracterizamos

al curso como novedoso en cuanto los contenidos que se comparten. Otra de las características de los cursos en los que participamos como docentes es que son espacios muy concurridos: históricamente - antes en Matemática para Economistas- se anotan más de cien estudiantes por cuatrimestre en cada uno de los cursos. El primer cuatrimestre de 2025, no fue la excepción: entre los dos cursos se anotaron 219 estudiantes, 111 en uno y 108 en otro. En este escrito, decimos entonces que son cursos masivos por la cantidad de personas que participan en cada uno de ellos. Otra de las características de los cursos surge a partir de la temporalidad y la espacialidad en la que se llevan adelante estos cursos. De acuerdo con el plan de estudios, Matemática Aplicada II es una asignatura de seis horas semanales sincrónicas que se distribuyen en tres días de la semana -dos horas por día-. Por elección de quienes participamos como docentes, de esas seis horas, cuatro se efectúan en un espacio físico de la facultad y dos en un espacio virtual propuesto por la facultad. En este sentido, caracterizamos a los cursos como físico-virtuales por las modalidades en las que se lleva a cabo.

Estas tres características profundizan un problema en vinculación con el entendimiento del conocimiento como algo que es colectivo y compartido y que es abordado por la autogestión pedagógica: la interacción en paridad. Lo que Lapassade (1977) caracteriza como *el "traumatismo" inicial* (p. 26) haciendo referencia a la no participación, consideramos que en estos cursos se agrava por las características mencionadas. Lo novedoso de los cursos en cuanto a los contenidos de asignatura y no haber visto algunos contenidos que se dan en una asignatura que quienes participan de estos espacios no cursaron, alentó a una desconfianza generalizada en la participación. La masividad, adicionalmente, contribuye a que gran parte de los participantes se mantenga en el anonimato y a que la grupalidad quede representada por unas pocas voces. Esto se traduce en abandonos, la mayoría de los cuales se produce al inicio de la cursada, llegando a porcentajes que promedia el 40% de ausentes en el cierre de las calificaciones. La característica físico-virtual suman otras dificultades que contribuyen con el anonimato y la deserción de los estudiantes. En las dos horas de virtualidad semanal, la posibilidad de no encender ni las cámaras ni micrófonos para interactuar y también la posibilidad de acceder al contenido de esos encuentros en forma asincrónica a través de las grabaciones, profundizan la dificultad de proponer una interacción en paridad. Teniendo en cuenta la profundización de esta problemática, la pregunta general de la que partimos en esta reflexión es ¿cómo las tecnologías utilizadas en estos cursos pueden contribuir con las interacciones en paridad entre quienes participamos de estos espacios? En términos más específicos nos preguntamos acerca de las prácticas que podemos llevar adelante que, a modo de contribución con el aprendizaje grupal, faciliten la interacción entre quienes participamos en esos espacios que son novedosos en cuanto a su contenido, masivos en cuanto a sus participantes y físico-virtuales en cuanto a sus modalidades sincrónicas.

En esta presentación, en línea con los trabajos de Heras y Lestani (2024) y Pülleiro (2024), partimos de la premisa de que la democratización del acceso a la palabra contribuye con la construcción de conocimiento en los diversos espacios áulicos. Compartimos dos de las prácticas implementadas en dos cursos de Matemática Aplicada II, en el transcurso del primer cuatrimestre de 2025. Son prácticas que entendemos como formas de democratizar el acceso a la toma de la palabra a través del uso de las tecnologías disponibles: notas de clases abiertas y anotaciones participativas.

Las notas de clases abiertas son una práctica que procura involucrar a quienes participan de los cursos en el desarrollo del material que allí se elabora. Al inicio de la cursada se comparte con los estudiantes una serie de referencias bibliográficas en las que se desarrolla parte del contenido de la asignatura. Son referencias que se encuentran en diferentes idiomas, castellano e inglés. Esas referencias son principalmente manuales de estudios vinculados con la utilización de diferentes técnicas matemáticas para el análisis de fenómenos económicos. Elegimos compartir estas referencias porque son las que utilizamos para realizar el procesamiento didáctico del contenido que compartimos en los cursos. Sin embargo, ese mismo procedimiento se va adaptando de acuerdo con lo que el mismo grupo va elaborando en el transcurso del cuatrimestre y para captar esta dinámica propusimos la implementación de las notas de clase abierta. Las notas de clase son una síntesis escrita de procesamiento didáctico de los contenidos de la materia que se van presentando encuentro a encuentro. Cuando las notas de clase son elaboradas desde una concepción dualista del conocimiento que separa los polos del saber-no saber, se comparten por parte del grupo docente en forma cerrada a los estudiantes como material de estudios. En la práctica que llevamos adelante desde los cursos de Matemática Aplicada II, las

adjetivamos como abiertas para dar cuenta de un tipo de notas que preparamos con la idea de que sean adaptadas por quienes las usan y que contribuyan con la generación de un conocimiento de propiedad colectiva. Las notas de clase abiertas van acompañadas de la siguiente nota al pie:

“De las presentes notas de clase, se comparte una adaptación realizada para el primer cuatrimestre del 2025 que se nutre de distintos tipos de intervenciones. Se comparte en formato editable para que se comunalicen y se sigan interviniendo con la esperanza de que transmitan mejor lo que contienen. La propuesta es que parte de su contenido, o su totalidad, se pueda copiar, nutrir y soltar. Cualquier ejercicio de autoría queda a cargo de quien use el material”.

Las anotaciones participativas refieren a otras de las prácticas que implementamos por primera vez el primer cuatrimestre de 2025 para democratizar la palabra en dos cursos de Matemática Aplicada II, dos cursos novedosos, masivos y físicos-virtuales. En ambos cursos, la propuesta didáctica se realiza teniendo en cuenta el siguiente procedimiento: a partir de lo que se dispone en el programa de la asignatura (Universidad de Buenos Aires, Facultad de Ciencias Económicas, Departamento Pedagógico de Matemática, 2025), se realiza una propuesta pedagógica tentativa -propia de los dos cursos sobre los que se recoge esta experiencia- por parte del grupo docente que se traduce en un cronograma. La dinámica propuesta en el cronograma se lleva adelante en encuentros en los que se elabora entre todos los que participamos de esos espacios. Las anotaciones participativas, entonces, refieren a los registros que realizamos quienes participamos de esos encuentros de lo que efectivamente -independientemente de lo planificado- ocurrió en cada uno de ellos. Una de las condiciones para la elaboración de estas anotaciones es que no las realice alguien que ya las hubiese realizado. Compartimos a continuación dos de las anotaciones realizadas por diferentes participantes de los cursos:

Encuentro 14 de abril 2025:

Continuamos con el tema 'Sistema de Ecuaciones Diferenciales'.

Comenzamos recordando la forma genérica de un sistema de ecuaciones y la relación lineal entre las variables, a partir de ello, comenzamos generalizando al sistema de ecuaciones para plantear el Teorema de la Función Implícita, que utilizamos para establecer la relación entre las variables y^1 e y^2 . Posteriormente planteamos y analizamos el diagrama de fases planteado algunos supuestos tomando de apoyo y referencia el cuadro 19.1 capítulo 19 del libro de Alpha Chiang y concluimos la primera parte marcando las líneas de corriente en el diagrama.

En la segunda parte de la clase retomamos lo visto en la clase del lunes 7/4 y planteamos los distintos escenarios para calcular la solución completa de un sistema de ecuaciones, mediante el cálculo de la matriz de operadores.

Completar la clase con las lecturas obligatorias, la resolución de los ejercicios propuestos y el análisis del diagrama de fases.

Asistencia: 60 alumnos.

Encuentro 23 de abril de 2025

Tomando en cuenta último encuentro del día lunes, se nos presenta el concepto de la Ecuación de Euler. Mediante una secuencia de procesos algebraicos/matemáticos, se logra hallar la expresión tras dar las condiciones necesarias para hallar puntos óptimos en los casos que querramos maximizar o minimizar una función. Además, se introducen de manera gráfica los conceptos de trayectoria extremal; trayectoria no extremal y curva perturbadora. Por último, tras ver de manera teórica la ecuación de Euler, se presenta un ejercicio introductorio con la finalidad de cerrar conceptos. Dada la brevedad del ejercicio y el resultado de la ecuación logrado, se sugiere al alumno a resolver la ecuación diferencial obtenida el cual pertenece a la guía práctica, ejercicio 4.

Se recomienda la lectura de las notas de clase correspondiente y el apartado 2.1 de "Elements of Dynamic Optimization" para mayor comprensión.

Duración estimada del encuentro: 1h 15min

Aprovechamos así este resumen extendido para compartir dos prácticas que hemos implementado en dos cursos novedosos, masivos y físico-virtuales de Matemática Aplicada II para democratizar la toma de la palabra a través del uso de la tecnología disponible. Son prácticas que hemos compartido en las XXIV Jornadas de Tecnología Aplicada a la Educación Matemática Universitaria para abrir preguntas

acerca de ¿cómo las tecnologías utilizadas en estos cursos pueden contribuir con las interacciones en paridad entre quienes participamos de estos espacios? En los próximos cursos, esperamos continuar profundizando en este interrogante para contribuir con el entendimiento del conocimiento como algo que se produce en forma grupal y que al reingresar a ese mismo grupo habilita un poder hacer en cada uno de quienes de esa grupalidad participan.

BIBLIOGRAFÍA:

Heras, A. I. (2014). Lógica colaborativa y generación de conocimiento colectivo: Alcances y tensiones en las relaciones investigación-sociedad. *Población & Sociedad*, 21(2), 137–150. <https://www.redalyc.org/pdf/3869/386939751006.pdf>

Heras, A. I. (2016). Análisis de la interacción y análisis institucional: Algunos encuentros y desencuentros como punto de partida para la reflexión metodológica. *Interseções: Revista de Estudos Interdisciplinares*, 18(2), 324–346. <https://doi.org/10.12957/irei.2016.26572>

Heras, A. I. (2023). Trabajo grupal, autogestión y co-investigación en Argentina: Una formulación teórico-metodológica para analizar las construcciones de poder. *Groupwork*, 31(1–2), 161–211. <https://doi.org/10.1921/gpwk.v30i3.1946>

Lappasade, G. (1977). *Autogestión pedagógica*. GEDISA.

Heras, A. I., & Lestani, M. E. (2024). Prácticas del lenguaje y construcción de conocimientos en aulas universitarias. *Anales de Lingüística*, 12(2), 147–198. <https://doi.org/10.48162/rev.57.005>

Pulleiro, A. L. (2024). La participación estudiantil en las clases universitarias de la autogestión pedagógica: Acuerdos, tensiones y disputas. Un análisis desde la implicación de los participantes. *Revista del Observatorio Social sobre Empresas Recuperadas y Autogestionadas*, 21, 38–55.

Universidad de Buenos Aires, Facultad de Ciencias Económicas, Departamento Pedagógico de Matemática. (2025). *Asignatura: Matemática Aplicada II* (Código 544, Plan vigente). Cátedra: Prof. María José Bianco, Prof. María Teresa Casparri, Prof. Javier García Fronti y Prof. Gustavo Zorzoli; Carrera: Actuario (RCS N° 1824/24) y Licenciatura en Economía (RCS N° 1696/24).



ÁREA TEMÁTICA II

*Desarrollo de aplicaciones de la Matemática en áreas de las Ciencias Económicas
utilizando herramientas informáticas.*

SERIES DE TIEMPO ENFOQUE CLÁSICO VERSUS ENFOQUE MODERNO

Blanca Rosa Vitale
blancavitale11@gmail.com

Facultad de Ciencias Económicas – Universidad de Buenos Aires

Palabras Clave: Series cronológicas - Tendencia determinística - Proceso estocástico -Estacionariedad

RESUMEN EXTENDIDO

Una serie cronológica consiste en un conjunto de mediciones que describen el comportamiento evolutivo de una variable a lo largo del tiempo. Se trata de una secuencia cronologicamente ordenada de valores de medicion sobre el estado de una variable cuantitativa referida a un fenómeno o a un proceso. Estas mediciones están ordenadas en el tiempo y son generalmente dependientes entre sí. Por ejemplo: precios, temperaturas, tasas de desempleo, producto bruto, etc.

La teoría clásica de las series cronológicas, también conocida como series de tiempo, se basa en métodos tradicionales para analizar y pronosticar datos que se recopilan en orden cronológico. Esta teoría se centra en identificar y modelar patrones en los datos históricos, como tendencias, estacionalidad y ciclos, para poder hacer predicciones sobre el futuro.

Para el **tratamiento clásico**, cuyo enfoque es de carácter determinístico, la modelización de las series de tiempo consiste en la descomposición, ya sea en forma aditiva o multiplicativa, de sus cuatro componentes elementales:

$T(t)$: Tendencia secular

$S(t)$: Variacion estacional

$C(t)$: Variacion ciclica

$e(t)$: Componente aleatoria

Estas componentes se pueden combinar de acuerdo con un modelo aditivo

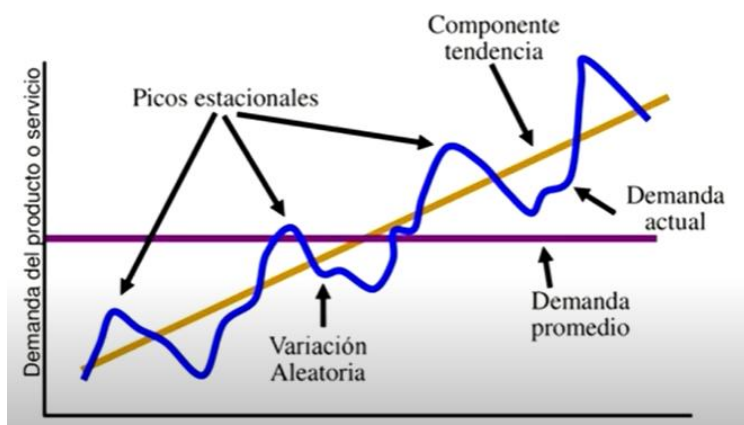
$$Y(t) = T(t) + S(t) + C(t) + e(t)$$

o un modelo multiplicativo

$$Y(t) = T(t) \cdot S(t) \cdot C(t) \cdot e(t)$$

La tendencia indica la evolución de la serie en el largo plazo, la componente cíclica indica los movimientos ondulatorios en un plazo intermedio, la variacion estacional generalmente indica variaciones a corto plazo. En series con frecuencia mensual o semanal suelen captarse variaciones producidas por el transcurso de las estaciones. Estas tres componentes conforman la parte sistemática del modelo y dominante de la serie. La componente aleatoria resume la diferencia entre la parte sistemática y los valores observados. Según este enfoque la componente aleatoria es el único elemento que confiere aleatoriedad a $Y(t)$, está incorrelacionada con la parte sistemática del modelo y se fijan supuestos sobre su comportamiento.

Por ejemplo, si se tratara de estudiar el comportamiento de la demanda de un producto o servicio, estas componentes podrían visualizarse a través de un gráfico como el que se presenta a continuación:



Pero el enfoque clásico no tiene en cuenta la naturaleza evolutiva de cada una de las componentes. Por ejemplo, cambios en la tendencia, ciclos que no son estrictamente periódicos o la componente aleatoria no responde a los supuestos fijados.

Hasta los años setenta el tratamiento dado a las series de tiempo admitía implícitamente su estacionariedad, de modo que la tendencia observada en la evolución de una serie era interpretada como determinística. Esta situación era resuelta a través de la incorporación de una función del tiempo en la ecuación de regresión. Se asumía que una serie de tiempo admitía un solo componente aleatorio, el error o perturbación aleatoria. Este término era el único causante de cualquier error en la estimación. No obstante, la mayoría de las series macroeconómicas mostraban un comportamiento evolutivo de carácter estocástico y no determinístico. A partir de 1970 se pudo implementar la metodología de Box y Jenkins, con la ayuda de las herramientas informáticas que permitían el manejo de grandes volúmenes de datos. Se planteó la necesidad de estimar la estructura de dependencia que genera las observaciones disponibles e incorporar esa estructura a la etapa de predicción. Se comprobó que los resultados logrados con esta metodología fueron superiores a los logrados con la metodología clásica.

Se debe disponer de una batería de modelos de series de tiempo que permitan caracterizar el proceso generador de datos. Según el **enfoque moderno** en el tratamiento de series de tiempo, el correlato formal del proceso generador de datos – PGD - está dado por el concepto de proceso estocástico.

El tipo de proceso estocástico que se utilice postula un modelo apropiado para describir la estructura probabilística capaz de generar las observaciones que constituyen una serie de tiempo empírica.

Los procesos estocásticos pueden clasificarse en estacionarios y no estacionarios. Un proceso estocástico es estacionario cuando el transcurso del tiempo no modifica su estructura probabilística, es decir que se mantienen constantes las características de la población generadora de las observaciones. Se expondrá la diferencia entre estacionariedad fuerte y estacionariedad débil, y las razones por las cuales se considera habitualmente la estacionariedad débil. Se recordarán los estadísticos fundamentales que caracterizan una serie de tiempo: función de autocovarianza, función de autocorrelación simple y función de autocorrelación parcial. Se destacará la importancia de reconocer el orden y tipo de proceso mediante la interpretación de los gráficos respectivos.

En desarrollo del trabajo se describirán las características de procesos estacionarios tales como: ruido blanco, modelos autorregresivos de orden p - AR (p)-, modelos medias móviles de orden q - MA (q)- y modelos combinados ARMA (p,q). En cuanto a los procesos no estacionarios, se pondrá especial énfasis en el proceso Random Walk, muy utilizado para modelar el comportamiento de los precios de los activos financieros.

Se presentarán ejemplos de aplicación para las ciencias económicas para ilustrar los distintos tipos de modelos, acompañados de gráficos que permitan la visualización y clasificación de los respectivos procesos. También se expondrán y describirán las distintas etapas de la Metodología de Box y Jenkins, a saber:

- Identificación
- Estimación
- Verificación
- Predicción
- Simulación

La metodología de Box y Jenkins es un enfoque sistemático para el análisis y modelado de series temporales, especialmente útil para formular pronósticos a corto plazo.

En el presente trabajo se realizará una revisión de los modelos de series de tiempo según el enfoque clásico, de sus componentes y de las distintas formas de determinación de la tendencia que, para este enfoque, se supone determinística. Para abordar el tratamiento moderno de las series de tiempo se expondrá el concepto de proceso estocástico, a partir del cual pueden elaborarse modelos apropiados para describir la estructura probabilística que permita generar las observaciones que constituyen una serie de tiempo empírica. Se expondrán ventajas y desventajas de la utilización de los enfoques clásico y moderno en el tratamiento de las series de tiempo. El desarrollo de los temas citados será acompañado con la presentación de casos de aplicación resueltos con utilización de herramientas informáticas.

BIBLIOGRAFÍA

Enders, W. (1995). *Applied econometric time series*. John Wiley & Sons.

Greene, W. H. (2012). *Econometric analysis* (7.^a ed.). Pearson.

Johnston, J. (1996). *Econometric methods* (4.^a ed.). McGraw-Hill.

Urbisaia, H., & Brufman, J. (2001). *Análisis de series de tiempo univariadas y multivariadas*. Ediciones Cooperativas.

Uriel, E. (1985). *Análisis de series temporales: Modelos ARIMA*. Paraninfo.

Wooldridge, J. M. (2015). *Introducción a la econometría: Un enfoque moderno*. Thompson.

ESTRATEGIAS DE ACOMPAÑAMIENTO EN LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICA APLICADA II EN CIENCIAS ECONÓMICAS: RESULTADOS DE UNA INTERVENCIÓN BASADA EN DATOS Y RETROALIMENTACIÓN CONTINUA

Maia Soledad Del Colle

25DE43463317@campus.economicas.uba.ar

Rita Beatriz Morrone

ritamorrone@hotmail.com

Universidad de Buenos Aires, Facultad de Ciencias Económicas.

Palabras Clave: Aprendizaje adaptativo, enseñanza interactiva, retroalimentación automática, tecnología educativa.

RESUMEN EXTENDIDO

El presente trabajo analiza los efectos de una intervención pedagógica basada en el uso de tecnologías aplicadas al proceso de enseñanza-aprendizaje dentro de la asignatura Matemática Aplicada II y en el marco del proyecto "*Tecnología aplicada al proceso de aprendizaje de matemáticas en la Facultad de Ciencias Económicas: Aprendizaje adaptativo y retroalimentación automática*". El argumento principal consiste en implementar estrategias de acompañamiento basadas en datos concernientes al proceso de aprendizaje de los alumnos y la retroalimentación continua, dado que una intervención temprana y pertinente podría marcar la diferencia en el rendimiento final de los estudiantes.

La intervención estuvo estructurada en torno a tres componentes principales. El primero consta de cuestionarios interactivos de evaluación de contenidos temáticos de la asignatura, diseñados con retroalimentación automática e inmediata. El segundo, consiste en una serie de materiales didácticos segmentados por complejidad. El tercero, implica el análisis de métricas de *engagement* para el seguimiento continuo de los estudiantes. Esta estructura buscó potenciar la interacción docente-estudiante y optimizar los resultados de aprendizaje mediante un abordaje pedagógico más flexible, sensible a las trayectorias particulares y capaz de brindar una respuesta ágil frente a los errores más frecuentes y persistentes.

La recolección de datos se llevó a cabo mediante la implementación de formularios que los estudiantes respondieron voluntariamente. Fueron creados en Microsoft Forms y activados al finalizar cada unidad temática. Éstos, además de permitir una autoevaluación inmediata por parte de los alumnos, sirvieron como instrumento de diagnóstico para el equipo docente. A partir de los resultados, se implementó un código desarrollado *ad hoc* que identifica automáticamente los errores, los clasifica y genera una serie de recomendaciones específicas de cada contenido evaluado. Se generaron recomendaciones personalizadas y se enviaron por correo electrónico, incluyendo links con contenido temático relevante. También se elaboró una NotebookLM a partir de la bibliografía obligatoria y propuestas de ejercicios interactivos en Google Colaboratory. Esta metodología permitió acercar los contenidos en un lenguaje más accesible, a través de plataformas digitales que promovían la exploración activa y autónoma.

El sistema de recomendación automática constituyó uno de los aportes más significativos del proyecto. La tasa de apertura de los correos fue del 54 %, lo que indica un nivel de interacción relevante, aunque también pone en evidencia algunos desafíos en cuanto al alcance y la efectividad de la intervención, ya que, si bien más de la mitad de los alumnos destinatarios accedieron al contenido sugerido, existe un segmento que a pesar de haber sido clasificado como ‘alumno que requiere apoyo’, no interactuó con el material. Este resultado plantea preguntas sobre cómo incrementar el compromiso de los estudiantes, abarcando dimensiones clave, desde el diseño de las comunicaciones hasta la integración más efectiva de estos recursos en el marco general de la asignatura.

Además del envío de recomendaciones se llevaron a cabo otras instancias de comunicación con mensajes motivacionales para aquellos alumnos que no aprobaron los exámenes parciales, correos de reconocimiento para quienes sí lo habían hecho y encuestas anónimas para poder captar el componente afectivo del estudiante, enfatizando que tienen un rol crucial en la construcción colectiva del aprendizaje. Estas instancias de comunicación tuvieron como objetivo captar la percepción estudiantil respecto a la utilidad de las herramientas propuestas y realizar mejoras progresivas en la estrategia. Cabe señalar que los alumnos que no participaron en ninguna instancia del proyecto (es decir, que no completaron cuestionarios ni respondieron formularios) fueron excluidos de la base accionable, ya que no fue posible establecer ninguna interacción significativa con ellos.

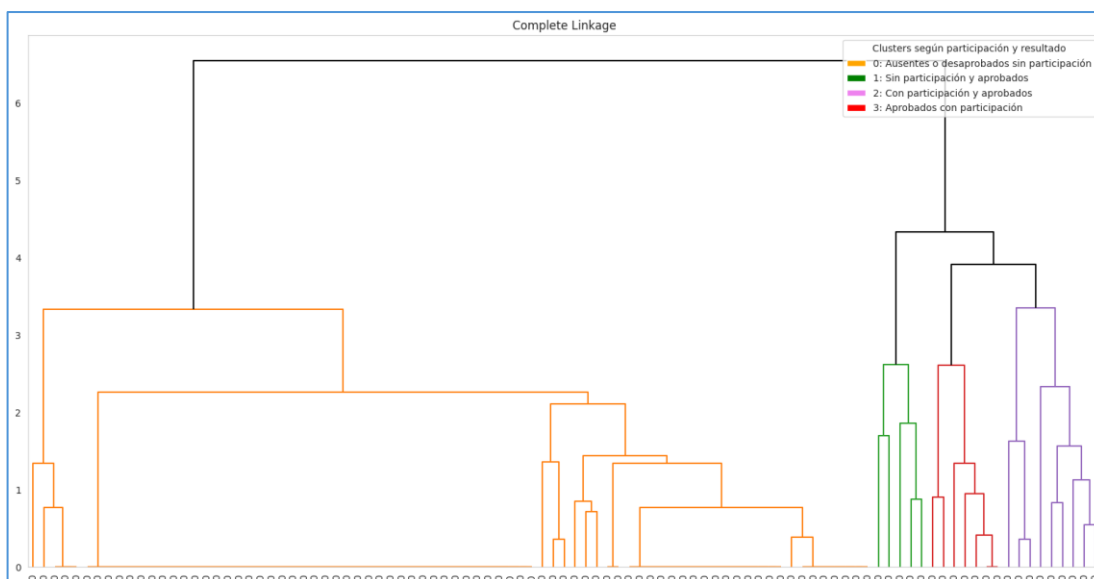
Con posterioridad al envío de las recomendaciones y previo a la instancia de examen, se ofreció a los estudiantes un simulacro de examen parcial, compuesto por ejercicios prácticos y preguntas teóricas, orientadas a evaluar tanto conocimientos como procedimientos de resolución. Los resultados del simulacro fueron cruzados con los datos previos, permitiendo analizar con mayor profundidad si las recomendaciones emitidas fueron pertinentes. De forma paralela, se llevó a cabo un proceso de agrupamiento no supervisado para clasificar a los alumnos según sus patrones de error y niveles de participación. Esta aproximación buscaba, por un lado, identificar posibles casos que hubieran requerido una intervención y que no hubieran sido detectados oportunamente por el sistema inicial y, por otro lado, evitar redundancias en la comunicación pedagógica, asegurando que cada alumno recibiera solo aquellas recomendaciones pertinentes a su situación.

No obstante, los resultados iniciales del clustering aplicado temporalmente entre los recuperatorios y el examen final, presentaron limitaciones significativas: el modelo no logró identificar adecuadamente a algunos estudiantes que, desde la perspectiva docente, sí necesitaban apoyo. De hecho, en algunos casos, clasificó como ‘alumno sin necesidad de apoyo’ a estudiantes que habían recibido recomendaciones y que posteriormente mejoraron su rendimiento. Esto generó un interrogante metodológico central: ¿hubieran tenido el mismo desempeño si no hubieran recibido la recomendación? al tratarse de un contexto real, no podemos aislar todos los factores que pudieron haber influido en los resultados, pero los datos obtenidos durante el ciclo lectivo 2024 y el primer cuatrimestre de 2025 son al menos, interesantes en términos de los efectos observados de las recomendaciones.

Este episodio puso en evidencia una tensión entre el juicio pedagógico y las predicciones algorítmicas evidenciando, al menos en esta etapa inicial, que el agrupamiento no supervisado aún no era lo suficientemente preciso como para reemplazar al supervisado. De cara al futuro, la recolección de datos de manera continua orientó a ampliar la muestra y mejorar la precisión del análisis, contribuyendo a perfeccionar la dinámica de intervención y ajustar las recomendaciones. Sin embargo, al finalizar la cursada —ya con las notas de los recuperatorios y del examen final incorporadas— se retomó el análisis de agrupamiento con una base de datos más completa. En esta instancia, se aplicó un clustering jerárquico con un buen agrupamiento, que puede visualizarse mediante el dendrograma del gráfico 1. Se consideraron las variables relacionadas al rendimiento y la participación del alumno en las distintas instancias del proyecto. El resultado fue una clasificación más intuitiva y coherente con la experiencia empírica que permitió segmentar al estudiantado en cuatro grupos claramente diferenciados.

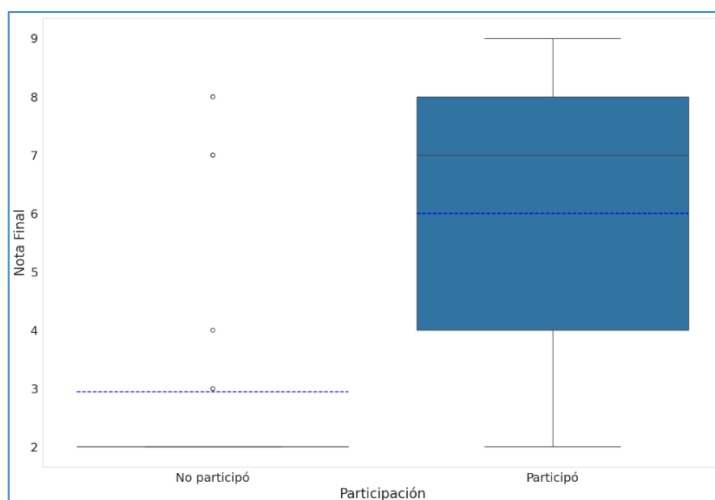


Gráfico 1 - Dendrograma del Clustering Jerárquico



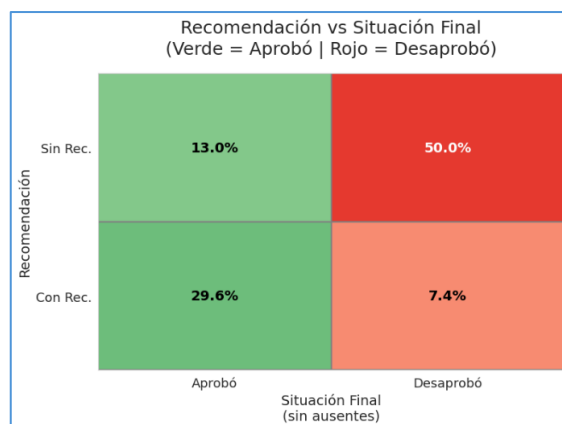
Paralelamente se implementó un análisis a partir de técnicas de estadística descriptiva. Un hallazgo destacado fue la relación positiva observada entre la participación sostenida en las distintas instancias del proyecto y el desempeño académico. En promedio, los estudiantes que completaron todos los cuestionarios obtuvieron mejores calificaciones, con una media de 6. Aunque se observaron unos escasos outliers a partir del registro de datos de alumnos que aprobaron sin haber participado, los resultados sugieren que el compromiso continuo con la propuesta tuvo un impacto favorable en el rendimiento final. En el gráfico 2 se puede apreciar los boxplot que evidencian la distribución de las submuestras obtenidas a partir de la participación o no del proceso, en relación con las calificaciones.

Gráfico 2 - Boxplot - Participación versus calificaciones.



En algunos casos, a pesar de haber recibido recomendaciones, los estudiantes no lograron mejorar su desempeño. Este fenómeno puede explicarse por múltiples factores: la falta de tiempo, dificultades estructurales previas, o simplemente la decisión de no aprovechar los materiales enviados. Como se señaló anteriormente, recibir una recomendación no implica necesariamente que el estudiante la lea, la comprenda y la utilice. En este sentido, la retroalimentación automatizada, por sí sola, no garantiza el aprendizaje. El compromiso del estudiante sigue siendo un componente central del proceso, como puede evidenciarse a partir del gráfico 3.

Gráfico 3 – Relaciones entre aceptación de recomendaciones y situación final



Asimismo, se identificó que los casos con mayor concentración de errores y con menor rendimiento académico coincidían con aquellos estudiantes que no participaron activamente del proyecto, lo cual confirma la relevancia de las herramientas implementadas. Sin embargo, también resalta una de las principales debilidades de la intervención: su dependencia del involucramiento activo del alumno. Esta dependencia subraya la necesidad de trabajar a futuro, en estrategias que no solo detecten errores o brinden recomendaciones, sino que logren motivar a los estudiantes más rezagados a integrarse en el proceso. En síntesis, los resultados del proyecto permiten concluir que la estrategia de acompañamiento basada en datos, personalización y automatización constituye una herramienta valiosa en el contexto universitario. Si bien existen desafíos pendientes, la experiencia demuestra que es posible intervenir tempranamente, sin perder el componente humano del vínculo pedagógico. La clave está en diseñar sistemas que, además de ser técnicamente eficientes, sean también accesibles y motivadores.

A medida que se logre perfeccionar la herramienta —y, sobre todo, ampliar la muestra y replicar el modelo en otras cohortes— se espera consolidar un enfoque más reflexivo, colaborativo y autónomo en el aula universitaria. El aprendizaje no es un proceso homogéneo ni lineal, y por ello es fundamental contar con sistemas de acompañamiento que respeten esa diversidad. El camino recorrido hasta ahora, aunque incipiente, ofrece señales prometedoras: identificar a tiempo, intervenir con precisión y acompañar son las claves para transformar el modo en que se enseña y se aprende en la universidad.

BIBLIOGRAFÍA

- Hattie, J., & Timperley, H. (2007). The power of feedback. *Review of Educational Research*, 77(1), 81–112. <https://doi.org/10.3102/003465430298487>
- Koedinger, K. R., et al. (2015). Learning is not a spectator sport: Doing is better than watching for learning from a MOOC. En *Proceedings of the Second (2015) ACM Conference on Learning at Scale (L@S '15)*. Association for Computing Machinery.
- Schiffman, L. G., & Kanuk, L. L. (2010). *Comportamiento del consumidor* (10.ª ed.). Pearson.
- Zawacki-Richter, O., et al. (2019). Systematic review of research on artificial intelligence applications in higher education. *International Journal of Educational Technology in Higher Education*, 16(1). <https://doi.org/10.1186/s41239-019-0171-0>

DIDÁCTICA DE ANÁLISIS ESTADÍSTICO CON PYTHON, GÍTHUB y GOOGLE COLABORATORY

Bianco María José
mariajose.bianco@economicas.uba.ar
Salaberry Natalia
natalia.salaberry@economicas.uba.ar

*Universidad de Buenos Aires. Facultad de Ciencias Económicas. Centro de Investigación en Métodos Cuantitativos
Aplicados a la Gestión y la Economía (CMA)*

Palabras Claves: Didáctica, Análisis Estadístico, Python, GitHub, Google Colaboratory

RESUMEN EXTENDIDO

El desarrollo de herramientas tecnológicas libres y colaborativas ha causado un impacto en la didáctica de los contenidos de diferentes disciplinas. En particular, la enseñanza tradicional de análisis estadístico se ha visto transformado al incorporar el uso software libre en el aula. En este contexto es importante destacar cómo las herramientas tecnológicas permiten mejorar los procesos de aprendizaje a fin de lograr que los y las estudiantes razonen y entiendan los conceptos estadísticos a través de su aplicación a datos de manera dinámica (Batanero, 2002; Garfield, y Ben-Zvi, 2009).

Frente a la disponibilidad de grandes volúmenes de datos y de desarrollos tecnológicos, surge la posibilidad de modificar el entorno de enseñanza de conceptos estadísticos. Estos últimos son un método fundamental que se aplica dondequiera que aparezcan datos, variación y azar (Garfield y Ben-Zvi, 2009) para la obtención de conclusiones en base a una inferencia. En este sentido es una metodología que ofrece a cualquier disciplina la posibilidad de construir una probabilidad de ocurrencia de un suceso en base a datos.

A diferencia del pasado, en la actualidad se cuenta con grandes volúmenes de datos accesibles de manera libre y gratuita a través de diferentes repositorios online o páginas *web*. Esto constituye una oportunidad sin precedente para enseñar y aprender estadística, aunque requiere de la utilización de herramientas tecnológicas para la obtención y procesamiento de los datos. En este sentido, es que se requerirá del diseño de un entorno de aprendizaje que combine tecnología, datos y conocimiento estadístico.

Si bien existen diferentes maneras de poder diseñar un entorno online de aprendizaje, resulta interesante lo planteado por Garfield y Ben-Zvi (2009). Los autores proponen un esquema denominado '*Statistical Reasoning Learning Environment*' (SRLE) -razonamiento estadístico en un entorno de aprendizaje-. El objetivo principal, es que los y las estudiantes desarrollen la capacidad de pensar y razonar estadísticamente combinando iterativamente materiales de texto, visualizaciones, actividades y discusión mediante el uso de tecnología. De esta forma podrán construir conocimiento haciendo y viendo estadística, observando y analizando un fenómeno (Chance, et. al, 2007).

En el esquema SRLE, los y las estudiantes podrán trabajar en grupos para discutir preguntas y esbozar posibles soluciones en base a resultados obtenidos de procesar datos. Mediante la utilización de herramientas tecnológicas podrán generar visualizaciones de estadísticas facilitándoles acercarse a una construcción de la respuesta. Luego podrán compartir y comparar sus razonamientos con el resto de la clase (Garfield y Ben-Zvi, 2009) e intercambiar ideas.

Por otra parte, el docente podrá evaluar los informes presentados por los y las estudiantes previo a realizar un intercambio en conjunto. Le permitirá conocer anticipadamente cual fue el razonamiento desarrollado, evaluando el nivel de comprensión de los temas abordados. De este modo, podrá sacar provecho de su experiencia para guiar o corregir al estudiante facilitando la transferencia de conocimiento.

En este contexto, resulta necesario modificar las formas tradicionales de enseñar estadística para adaptarse a los nuevos escenarios tecnológicos. Ello sin duda requerirá de un trabajo conjunto de autoridades, docentes e incluso de los y las estudiantes. El proceso de adaptación implicará la necesidad de formación adicional en el uso de herramientas especializadas de forma tal que el docente pueda hacer de mediador entre los y las estudiantes y la tecnología. Solo así podrá diseñar experiencias productivas de aprendizaje.

Para llegar a la instancia de aplicación de conceptos estadísticos en entornos tecnológicos para la resolución de un problema, previamente resulta necesario elaborar un análisis descriptivo de los datos para encontrar patrones en los datos. Inicialmente, se requiere una exploración de los datos (Chance, et. al, 2007) a través de la construcción de medidas estadísticas y visualizaciones descriptivas. Llevar adelante este proceso puede resultar relativamente sencillo mediante la utilización de algún software. De aquí la importancia del uso de herramientas tecnológicas, ya que permiten realizar cálculos de manera rápida permitiendo, al estudiante junto con el docente, concentrarse en el análisis, conceptos y razonamiento estadístico involucrado en cada punto y no tanto así en la resolución de los cálculos.

En suma, La tecnología permite la visualización y aplicación de conceptos abstractos (Chance, et. al, 2007) a datos reales para la resolución de un problema. Pero también, permite preguntarse “que pasa si”. La dinámica y velocidad de cálculo que brinda su operatoria facilita la prueba de diversas opciones en cuestión de segundos. De este modo, habilita la experimentación mediante la prueba de diferentes posibilidades para la construcción de un razonamiento estadístico.

Tal dinámica de trabajo traerá beneficios para el educador ya que le permitirá contar con más tiempo disponible para profundizar en la discusión de resultados, así como reforzar los conceptos teóricos que detecte no hayan quedado comprendidos. También, podrá conducir a los y las estudiantes a la obtención de resultados con mayor precisión y menor cantidad de errores. Esto también implica que podrá mostrar la aplicación de conocimiento estadístico en la práctica habitual del ejercicio profesional.

La comprensión de los y las estudiantes se desarrollará mediante la posibilidad de variar parámetros, describiendo y explicando el comportamiento que se observa en tiempos acotados, en lugar de basarse exclusivamente en discusiones teóricas de probabilidad que a menudo pueden resultar contraintuitivas. Como sostiene Batanero (2000) podrán conocer las diferencias entre la probabilidad experimental y la teórica. Así mismo, el centro de atención de la docencia ya no se limitará a enseñar técnicas combinadas, sino que se le dará mayor importancia al análisis del problema y al diseño de un procedimiento adecuado para ir en búsqueda de una solución.

Frente a este escenario, la posibilidad de contar con acceso a datos a través de herramientas para su procesamiento en entornos digitales gratuitos facilita la elaboración y resolución estadística de problemas reales de interés en el ámbito de las Ciencias Económicas. De aquí que la construcción de información puede facilitar el desarrollo del razonamiento analítico. Pero a su vez resulta un desafío la manipulación de este tipo de herramientas. Por esta razón, resulta importante conocer las bondades del uso de un lenguaje de programación tanto de parte de docentes como de estudiantes.

En este contexto, este trabajo presenta la creación de un repositorio *web*⁴ perteneciente a la cátedra Bianco de Análisis Estadístico I correspondiente a las carreras de Licenciatura en Economía y Actuario de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires. Este contiene diversos materiales para la aplicación de conceptos estadístico a través del lenguaje de programación *Python* en

⁴ Diseñado en el entorno online gratuito GitHub

el entorno *Google Colaboratory*. Su finalidad principal es poder mostrar cómo los estudiantes pueden construir conocimiento, “haciendo” y “viendo” estadística, en base a datos reales, de forma tal que puedan conectar un nuevo conocimiento con una realidad exterior, al mismo tiempo que adquieren un valor agregado en su proceso de formación como es el conocimiento de un lenguaje de programación que es utilizado en el ejercicio de la profesión. Dado el carácter colaborativo y de acceso gratuito de este tipo de entornos, se pone a disposición de la comunidad el contenido elaborado, accesible mediante escaneo del siguiente código QR:



BIBLIOGRAFÍA

Batanero, C. (2002). *Estadística y didáctica de la matemática: Relaciones, problemas y aportaciones mutuas*. En *Aportaciones de la didáctica de la matemática a diferentes perfiles profesionales* (pp. 95–120). <https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/castellon.pdf>

Chance, B., Ben-Zvi, D., Garfield, J., & Medina, E. (2007). The role of technology in improving student learning of statistics. *Technology Innovations in Statistics Education*, 1(1). <https://doi.org/10.5070/T511000026>

Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2009). Helping students develop statistical reasoning: Implementing a statistical reasoning learning environment. *Teaching Statistics*, 31(3), 72–77. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9639.2009.00363.x>

GitHub. (2008). *GitHub*. <https://github.com/>

Google. (2024). *Google Colaboratory*. <https://colab.google/>

Python Software Foundation. (1991). *Python*. <https://www.python.org/>

VISUALIZACIÓN INTERACTIVA DE SISTEMAS DINÁMICOS: IMPLEMENTACIÓN DE DIAGRAMAS DE FASE CON IPYWIDGETS EN PYTHON

Rita Beatriz Morrone
ritamorrone@economicas.uba.ar

Universidad de Buenos Aires, Facultad de Ciencias Económicas

Palabras Clave: Diagramas de fase- – Visualización interactiva - Aprendizaje activo - EDOs

RESUMEN EXTENDIDO

La comprensión de diagramas de fase para ecuaciones diferenciales ordinarias (EDOs) y sistemas de EDOs representa un desafío fundamental en la formación matemática de los estudiantes de Ciencias Económicas. Tradicionalmente, este concepto se aborda mediante representaciones estáticas en el pizarrón o textos, lo que genera tres problemas críticos: la dificultad para internalizar la relación entre las ecuaciones y su comportamiento dinámico, la limitada capacidad para explorar cómo variaciones en parámetros o condiciones iniciales afectan las trayectorias del sistema, y la desconexión entre la teoría matemática abstracta y sus aplicaciones económicas concretas. Esta problemática se agudiza en modelos no lineales, donde la intuición geométrica se vuelve esencial. Como resultado, muchos estudiantes logran resolver ejercicios formalmente, pero no desarrollan la comprensión cualitativa necesaria para aplicar estos conceptos en modelización económica real.

Este trabajo propone una innovación pedagógica mediante el desarrollo de herramientas computacionales interactivas en Python. Implementadas en Google Colaboratory, estas soluciones permiten la creación y manipulación dinámica de diagramas de fase para sistemas económicos modelados con EDOs. La metodología combina bibliotecas como Matplotlib, NumPy y ipywidgets para ofrecer la visualización en tiempo real de campos vectoriales y trayectorias, control interactivo de parámetros mediante deslizadores, y análisis inmediato de puntos de equilibrio y su estabilidad. El enfoque propuesto supera las problemáticas de los métodos didácticos tradicionales al ofrecer la posibilidad de manipular parámetros clave en modelos económicos con la consecuente visualización inmediata de gráficos de trayectorias y diagramas de fase, estimulando la exploración de trayectorias en función de diferentes condiciones iniciales.

De esta manera, se logra superar las barreras de la abstracción al facilitar una conexión directa entre las ecuaciones y su comportamiento dinámico con énfasis en la experimentación visual. A su vez, estimula la creatividad a través del experimento autónomo donde los estudiantes pueden probar diferentes hipótesis acerca de la naturaleza de los parámetros. En el gráfico 1 se puede observar el fragmento de código para la generación de estos deslizadores (ipywidgets). Este código puede ser fácilmente ocultado a la vista de los usuarios para que se dirija la atención a su ejecución e interactividad a través de un panel con deslizadores interactivos.

Gráfico 1 - Código Python para la creación de deslizadores

```
import ipywidgets as widgets
from IPython.display import display

# Sliders para parámetros
a_slider = widgets.FloatSlider(value=-2, min=-5, max=5, step=0.1, description='a:')
b_slider = widgets.FloatSlider(value=1.5, min=-5, max=5, step=0.1, description='b:')

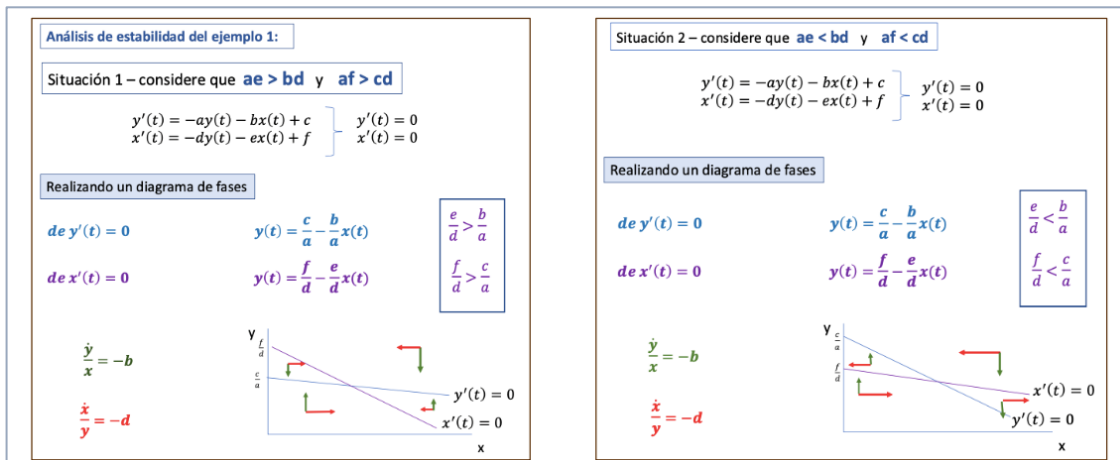
# Función de actualización
def update_plot(a, b):
    # Código para recalculer y graficar el diagrama de fases
    ...

widgets.interactive(update_plot, a=a_slider, b=b_slider)
```

Esta propuesta didáctica resuelve problemáticas tales como la imposibilidad de mostrar la dinámica de trayectorias, la dificultad para comprender la utilidad de manipular valores de los parámetros de una ecuación o sistema de ecuaciones diferenciales, la desconexión entre gráficos estáticos y aplicaciones económicas reales. Por otra parte, los estudiantes no logran concretar la exploración de escenarios dinámicos alternativos y se pone de manifiesto la habilidad del docente para lograr graficar diagramas precisos. Para comprender la importancia de la aplicación de esta metodología, se plantea un ejemplo concreto de resolución de un sistema de ecuaciones diferenciales, comparando el material didáctico tradicional versus el material interactivo utilizando las notebook de Google Colaboratory. Partiendo del siguiente modelo, en el gráfico 2 se puede observar el procesamiento didáctico tradicional

$$\begin{aligned}y'(t) &= -ay(t) - bx(t) + c \\x'(t) &= -dy(t) - ex(t) + f\end{aligned}$$

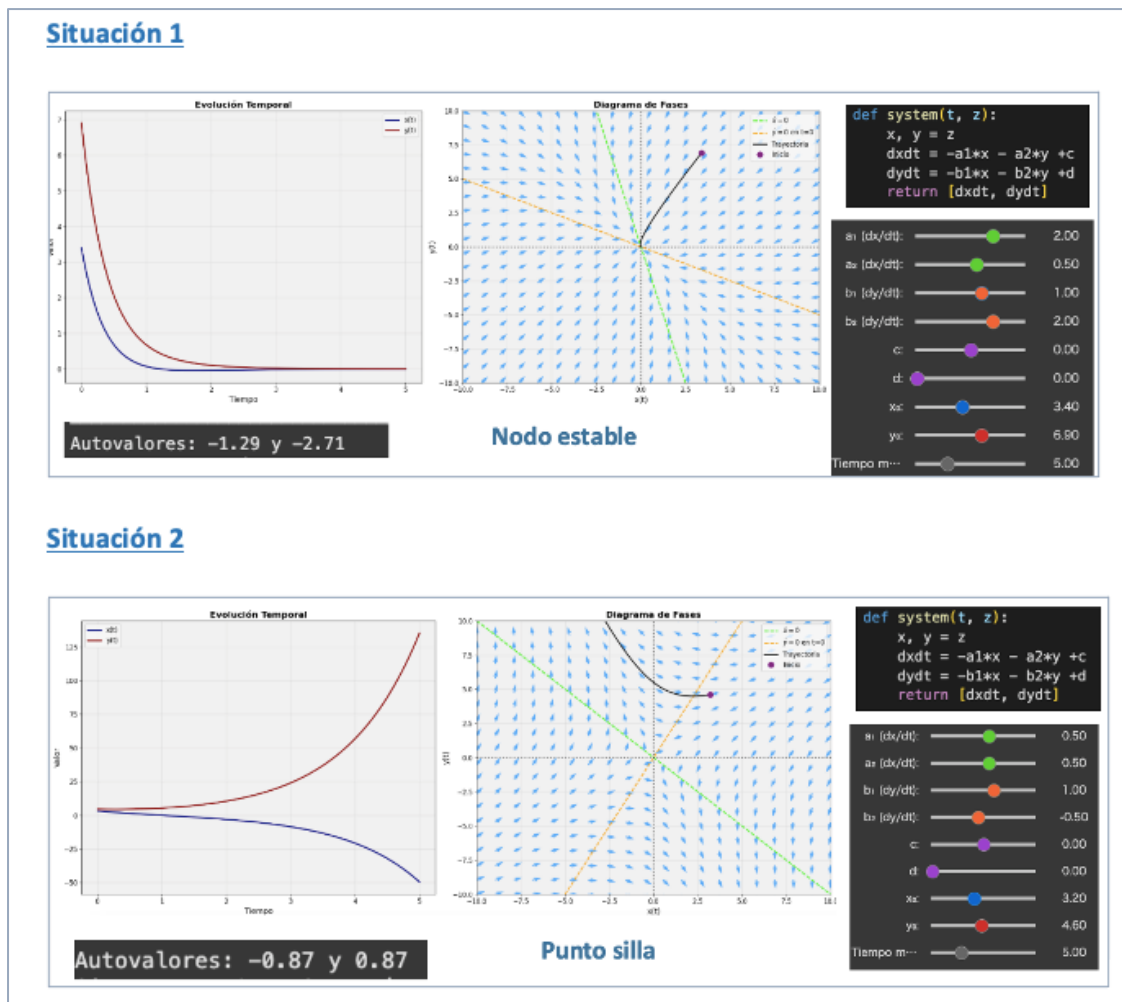
Gráfico 2- Procesamiento didáctico tradicional



A continuación, se expone el procesamiento didáctico aplicando la ejecución del código con los deslizadores interactivos. Una vez ejecutada la celda de código, el cual puede estar oculto para no desviar la atención del estudiante, se puede visualizar en pantalla el panel de deslizadores y los gráficos pertinentes que se hallan codificado. El usuario tendrá la posibilidad de deslizar y modificar los parámetros del sistema, tantas veces como lo desee probando múltiples hipótesis. Cada vez que realice una modificación los gráficos se regenerarán automáticamente exhibiendo las trayectorias resultantes. En el gráfico 3 se observan dos visualizaciones realizadas según la elección de parámetros.

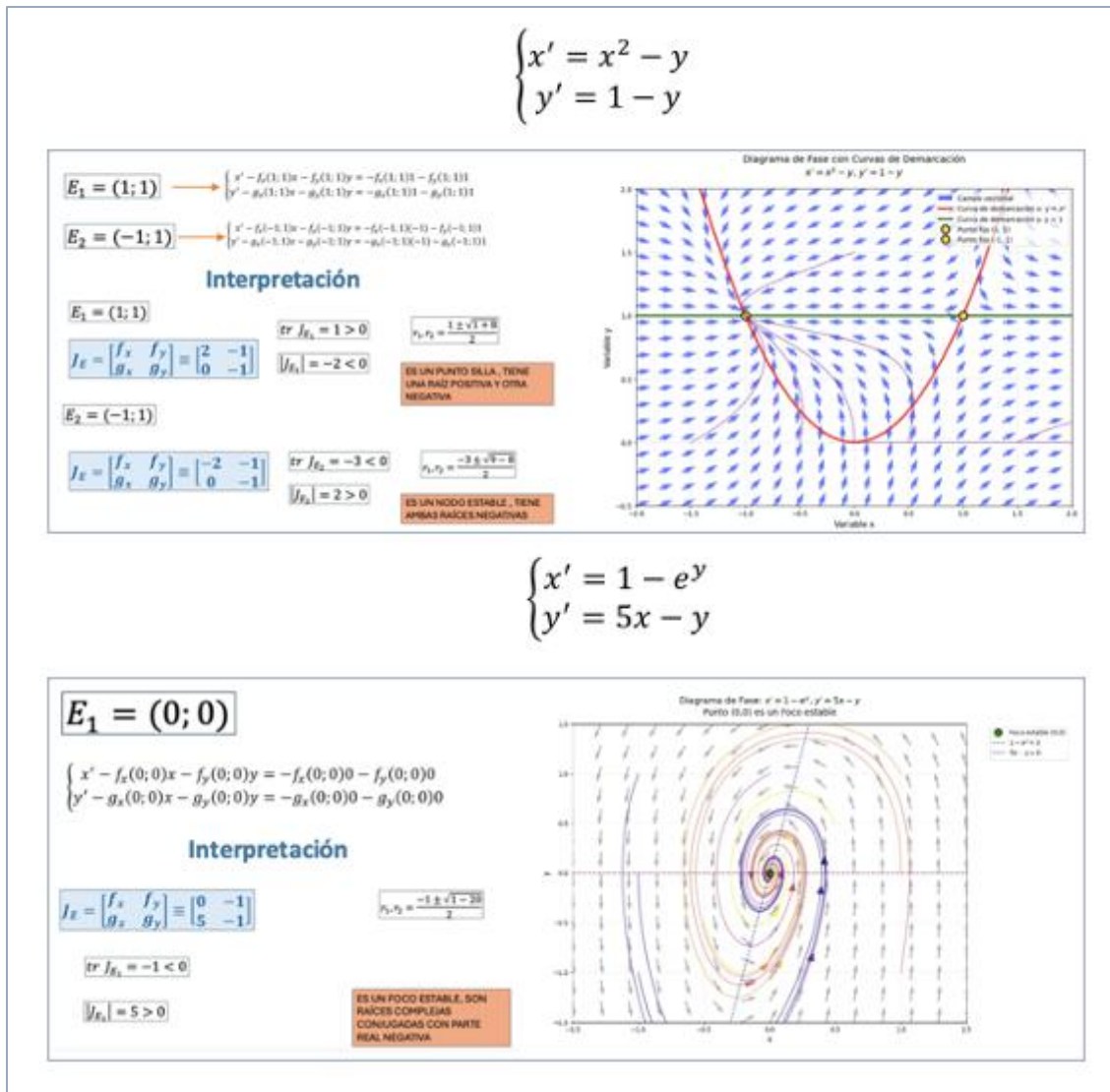


Gráfico 3 - Visualización Interactiva con Ipywidgets



Los gráficos exhibidos se pueden personalizar e incluso es posible complementar distintas visualizaciones según el criterio del docente. De igual manera se pueden seleccionar la cantidad de deslizadores que se considere necesaria y pertinente para la comprensión profunda del modelo a desarrollar. A continuación, se muestra el procesamiento didáctico propuesto para el estudio de la dinámica de sistemas de ecuaciones diferenciales no lineales. Se combina métodos tradicionales, para el desarrollo analítico y métodos de visualización del diagrama de fase con el objetivo de enriquecer los materiales para el proceso de aprendizaje (gráfico 4).

Gráfico 4 - Análisis de estabilidad local para sistemas de EDOs no lineales



Una consideración relevante es que a través de esta propuesta es posible programar códigos interactivos con sistemas de EDOs mediante simulaciones. El propósito principal es aportar al estudiante deslizadores que evidencien distintos tipos de trayectorias con el agregado de la clasificación de la dinámica resultante. Esto les permite, no solo generar distintos escenarios, sino también utilizarlos como apoyo de estudio de la temática. En los gráficos 5 y 6 se aprecian diagramas interactivos que luego de cada simulación, no solo exhibe la gráfica, sino también la clasificación del equilibrio del sistema conformando un apoyo visual e interactivo. Estos deslizadores podrán ser modificados las veces que el usuario precise con las actualizaciones gráficas pertinentes, facilitando la comprensión de la dinámica subyacente.

Gráfico 5 - Simulaciones de Sistemas de EDOs con raíces reales

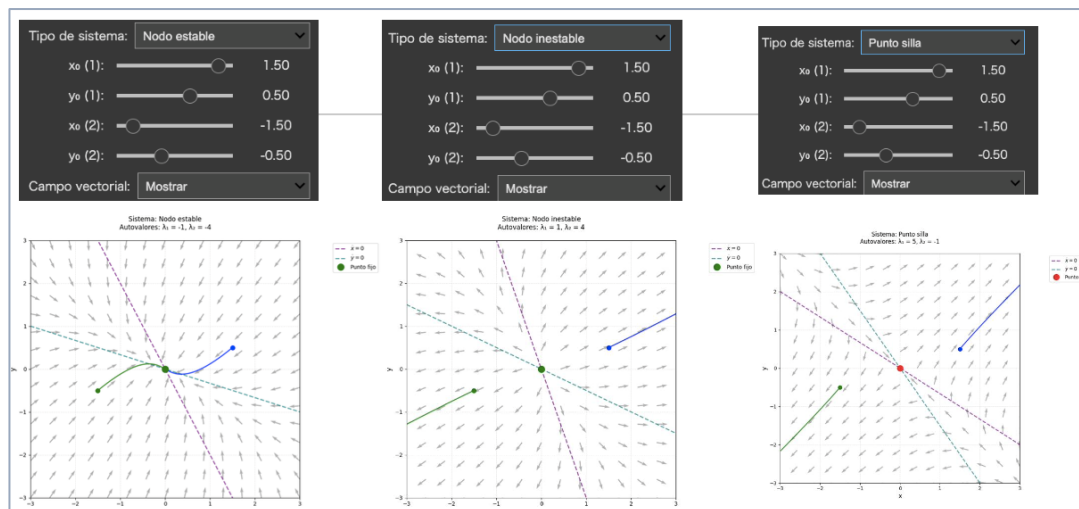
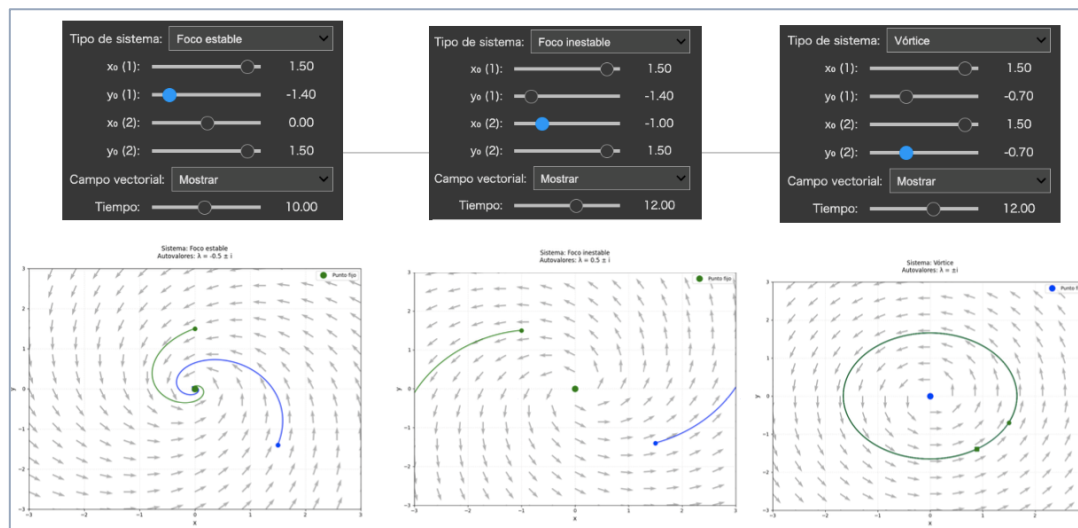


Gráfico 6 - Simulaciones con Sistemas de EDOs con raíces complejas conjugadas



Estas herramientas interactivas, al facilitar la visualización de comportamientos promueven la comprensión cualitativa. La identificación visual de puntos fijos mejora la atención y favorece el análisis de estabilidad. Por otra parte, la posibilidad de experimentar escenarios diversos ya sea por modificaciones de condiciones iniciales o de parámetros del sistema, estimulan la creatividad otorgando mayor experiencia práctica y promoviendo la retención a largo plazo en el aprendizaje. El enfoque propuesto supera las limitaciones de los métodos tradicionales al ofrecer la manipulación dinámica de parámetros clave en modelos económicos, la visualización inmediata de trayectorias y puntos de equilibrio, y capacidad para explorar diferentes condiciones iniciales. La naturaleza interactiva de las visualizaciones reduce significativamente la brecha entre teoría y aplicación, permitiendo a los alumnos experimentar directamente con los modelos y observar las consecuencias de modificar parámetros.



BIBLIOGRAFÍA

Blanchard, P., Devaney, R. L., & Hall, G. R. (2021). *Differential equations* (6th ed.). Cengage.

Bryan, J. (2023). Interactive visualization for teaching and learning dynamic systems in economics. *Journal of Economic Education*, 54(2), 112–128.

Chiang, A. C., & Wainwright, K. (2005). *Fundamental methods of mathematical economics* (4th ed.). McGraw-Hill Irwin.

Peña, M., & Pérez, J. (2022). Jupyter notebooks for teaching differential equations: A case study in economic modeling. *Computational Economics*, 60(3), 899–917.

VanderPlas, J. (2016). *Python data science handbook*. O'Reilly Media.

PANELES INTERACTIVOS EN LA ENSEÑANZA DE ECUACIONES DIFERENCIALES: UN ENFOQUE VISUAL PARA EL ESTUDIO DE MODELOS ECONÓMICOS⁵

Fernández María José¹
mariajfernandez@economicas.uba.ar

García Fronti Verónica²
vgarciafronti@economicas.uba.ar

Parma Andrea³
andraparma38mail.com

¹Universidad de Buenos Aires. Facultad de Ciencias Económicas. CONICET. Instituto Interdisciplinario de Economía Política de Buenos Aires (IIEP - BAIREs)

²Universidad de Buenos Aires, Facultad de Ciencias Económicas, LADCOM, Centro de Investigación en Métodos Cuantitativos aplicados a la Economía y la Gestión (CMA)

³Universidad de Buenos Aires, Facultad de Ciencias Económicas

Palabras Clave: Ecuaciones Diferenciales de segundo orden, Modelos dinámicos, Paneles interactivos.

RESUMEN EXTENDIDO

1. Introducción

Las ecuaciones diferenciales son herramientas esenciales en el análisis económico, ya que permiten modelar y comprender la evolución temporal de las variables económicas. En el contexto de los modelos de equilibrio de mercado, estas ecuaciones desempeñan un papel crucial, pues describen dinámicas clave como el ajuste de precios, la oferta y demanda de bienes, y las expectativas de los agentes económicos. Gracias al uso de ecuaciones diferenciales, es posible analizar el impacto de cambios en los parámetros del modelo, prever el comportamiento a largo plazo de los mercados y entender las condiciones necesarias para alcanzar un equilibrio económico estable.

La resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias y el análisis de la estabilidad de las soluciones obtenidas brindan a los estudiantes de Economía una comprensión profunda de cómo operan los modelos de mercado con expectativas de precios. El propósito de este trabajo es que los estudiantes complementen su aprendizaje sobre ecuaciones diferenciales de segundo orden aplicadas a un modelo económico, utilizando herramientas gráficas que faciliten la interpretación de los resultados obtenidos. De este modo, se busca mejorar su capacidad para analizar dinámicas económicas complejas de una manera visual y clara.

⁵ Este trabajo se realizó en el marco del Proyecto UBACyT 2023: "Metodologías cuantitativas innovadoras para la toma de decisiones en contextos estatales: Articulación entre la Universidad y el campo profesional"

Las herramientas gráficas ofrecen una visualización dinámica de las trayectorias temporales, lo que facilita la comprensión de la evolución de las variables económicas a lo largo del tiempo. Además, permiten experimentar de manera intuitiva con diferentes parámetros y condiciones iniciales, lo que proporciona una comprensión más profunda de los factores que favorecen la estabilidad del modelo. La integración de tecnología y paneles interactivos en la educación matemática transforma el proceso de aprendizaje en una experiencia participativa. Estas herramientas no solo fomentan la colaboración entre los estudiantes, sino que también estimulan la creatividad y mejoran la comprensión de conceptos complejos, creando un entorno educativo motivador que favorece el desempeño académico.

En línea con el trabajo desarrollado durante las Jornadas de Tecnología Aplicada a la Educación Matemática Universitaria del año 2024, se presenta un modelo dinámico de ajuste de precios en el mercado utilizando ecuaciones diferenciales ordinarias lineales a coeficientes constantes de segundo orden. En este modelo, los agentes demandantes adoptan una postura especulativa respecto a los movimientos del precio del bien. Se resuelve el modelo utilizando herramientas conocidas por los estudiantes y se analiza la solución desde un enfoque analítico. Para explorar diversos escenarios, se ha diseñado un panel interactivo que permite modificar parámetros clave del modelo y estudiar su impacto en la solución y en la estabilidad del sistema. El objetivo es que los estudiantes comprendan cómo los supuestos del modelo afectan la estabilidad de las soluciones. Así, el panel facilita el aprendizaje de la importancia de las ecuaciones diferenciales en los modelos económicos, permitiendo a los alumnos realizar un análisis tanto gráfico como analítico de las soluciones.

De este modo, la herramienta presentada permite a los estudiantes no solo entender la utilidad de las ecuaciones diferenciales en los modelos económicos, sino también realizar un análisis interactivo complementario a la resolución analítica de las soluciones.

2. Modelo de ajuste de precio con especulación

Las cantidades ofrecidas y demandadas no dependen solamente de su precio actual, sino también de las expectativas sobre la evolución futura del mismo. La información sobre la tendencia del precio está dada por la primera derivada $p'(t)$ (tasa de variación del precio) y la segunda derivada $p''(t)$ (indica como varía la tasa anterior).

Supongamos que tenemos un modelo de mercado con ajuste de precio, en el cual solo los demandantes presentan una actitud especulativa respecto al precio futuro, y estas expectativas se reflejan en la demanda a través de los coeficientes de $p'(t)$ y $p''(t)$ que llamaremos ε y η respectivamente.

Si $\varepsilon > 0$, significa que un precio creciente producirá mayor demanda, ya que el consumidor prefiere comprar más en la actualidad, porque se espera que en el futuro el precio suba. Caso contrario, $\varepsilon < 0$, se interpreta que un precio con expectativa de que aumente produce disminución de la cantidad demandada ya que el consumidor prefiere disminuir la compra actual y esperar a que baje el precio, para materializarla más adelante. La inclusión del parámetro η hace que el comportamiento del comprador dependa a su vez de la tasa de cambio de $p'(t)$.

Además, se supone que el mercado es perfecto en cualquier momento del tiempo. Se genera el siguiente modelo, el cual por motivos de sencillez nos limitamos a que sea lineal:

$$\begin{cases} Q_d = \alpha - \beta p(t) + \varepsilon p'(t) + \eta p''(t) & \alpha, \beta \in \mathbb{R}^+; \varepsilon \in \mathbb{R}; \eta \in \mathbb{R} - \{0\} \\ Q_s = -\gamma + \delta p(t) & \gamma, \delta \in \mathbb{R}^+ \\ Q_d = Q_s \end{cases}$$

Resolviendo el sistema anterior, resulta una ecuación diferencial de 2° orden lineal con coeficientes constantes no homogénea o completa

$$p''(t) + \frac{\varepsilon}{\eta} p'(t) - \frac{\beta + \delta}{\eta} p(t) = -\frac{\alpha + \gamma}{\eta}$$



Su solución general es: $p(t) = p_h(t) + p_p(t)$ donde:

$p_p = \frac{\alpha+\gamma}{\beta+\delta}$ es una solución particular de la misma, en este caso una constante positiva que representa el precio de equilibrio en el sentido intemporal, y $p_h(t)$ es la solución de la ecuación diferencial homogénea asociada, $p''(t) + \frac{\varepsilon}{\eta}p'(t) - \frac{\beta+\delta}{\eta}p(t) = 0$, que representa para cada t , el desvío del equilibrio de la trayectoria temporal $p(t)$.

La ecuación característica es $r^2 + \frac{\varepsilon}{\eta}r - \frac{\beta+\delta}{\eta} = 0$, donde las raíces son r_1 y r_2 , que se obtienen:

$$r_1, r_2 = \frac{1}{2} \left[-\frac{\varepsilon}{\eta} \pm \sqrt{\left(\frac{\varepsilon}{\eta}\right)^2 + 4\left(\frac{\beta+\delta}{\eta}\right)} \right]$$

Las cuales tienen 3 posibles resultados y su correspondiente solución homogénea:

1. $r_1 \in \mathfrak{R} \wedge r_2 \in \mathfrak{R} \wedge r_1 \neq r_2 \Rightarrow p_h(t) = k_1 e^{r_1 t} + k_2 e^{r_2 t}$
2. $r_1 \in \mathfrak{R} \wedge r_2 \in \mathfrak{R} \wedge r_1 = r_2 \Rightarrow p_h(t) = k_1 e^{r_1 t} + k_2 t e^{r_1 t}$
3. $r_1 = h + vi \in \mathcal{C} \wedge r_2 = h - vi \in \mathcal{C} \Rightarrow p_h(t) = e^{ht} (k_1 \text{sen } vt + k_2 \text{cos } vt)$

3. Panel interactivo para estudiar impactos en la solución y el equilibrio

Para llevar a cabo un análisis gráfico de la estabilidad de la solución, se diseñó un Panel CDF (Computable Document Format), que consiste en una herramienta interactiva de acceso libre, desarrollada con el programa Wolfram Mathematica, el cual permite visualizar la evolución del precio, ajustando de forma interactiva mediante deslizadores los valores de los parámetros asociados a la especulación y las condiciones iniciales.

Con el objetivo de analizar distintos escenarios, se estudian 3 casos.

Caso 1. $\eta > 0 \wedge \varepsilon \in \mathfrak{R}$

Para $\eta > 0$, se generan siempre raíces reales de diferente signo para la ecuación característica, es decir: $r_1 < 0$ y $r_2 > 0 \in \mathfrak{R}$

En el panel, se seleccionan los siguientes valores de los parámetros de especulación:

$$\varepsilon = -8, \quad \eta = 2$$

Los coeficientes de la oferta y la demanda son: $\alpha = 84$; $\beta = 8$; $\gamma = 12$; $\delta = 16$. De allí surge el valor de $p_p = \frac{\alpha+\gamma}{\beta+\delta} = 4$; $p_h(t) = k_1 e^{-2t} + k_2 e^{6t}$, y la solución general es:

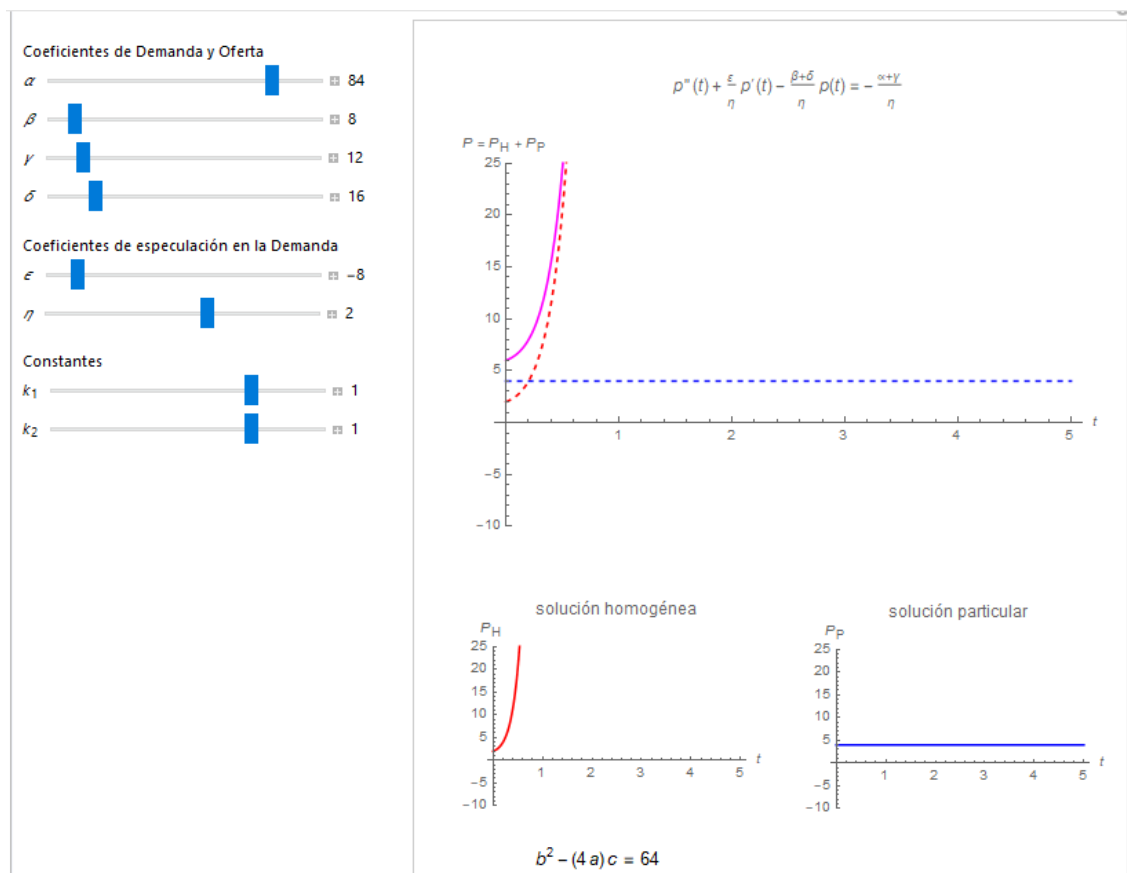
$$p(t) = k_1 e^{-2t} + k_2 e^{6t} + 4$$

Con las condiciones iniciales $p(0) = 6$, $p'(0) = 4$, los valores de las constantes son $k_1 = 1, k_2 = 1$. Se concluye que la trayectoria temporal del precio es $p(t) = e^{-2t} + e^{6t} + 4$.

En la Figura 1 puede observarse que la solución no es estable, es decir no converge al equilibrio.

Para $\eta > 0 \wedge \varepsilon \in \mathfrak{R}$, la trayectoria del precio es siempre inestable, salvo que, bajo ciertas condiciones iniciales se anule la constante, k_2 , asociada a la raíz positiva en $p_h(t)$, esta alternativa se analizará en el Caso 2.

Figura 1: Caso 1 $\varepsilon = -8, \eta = 2$



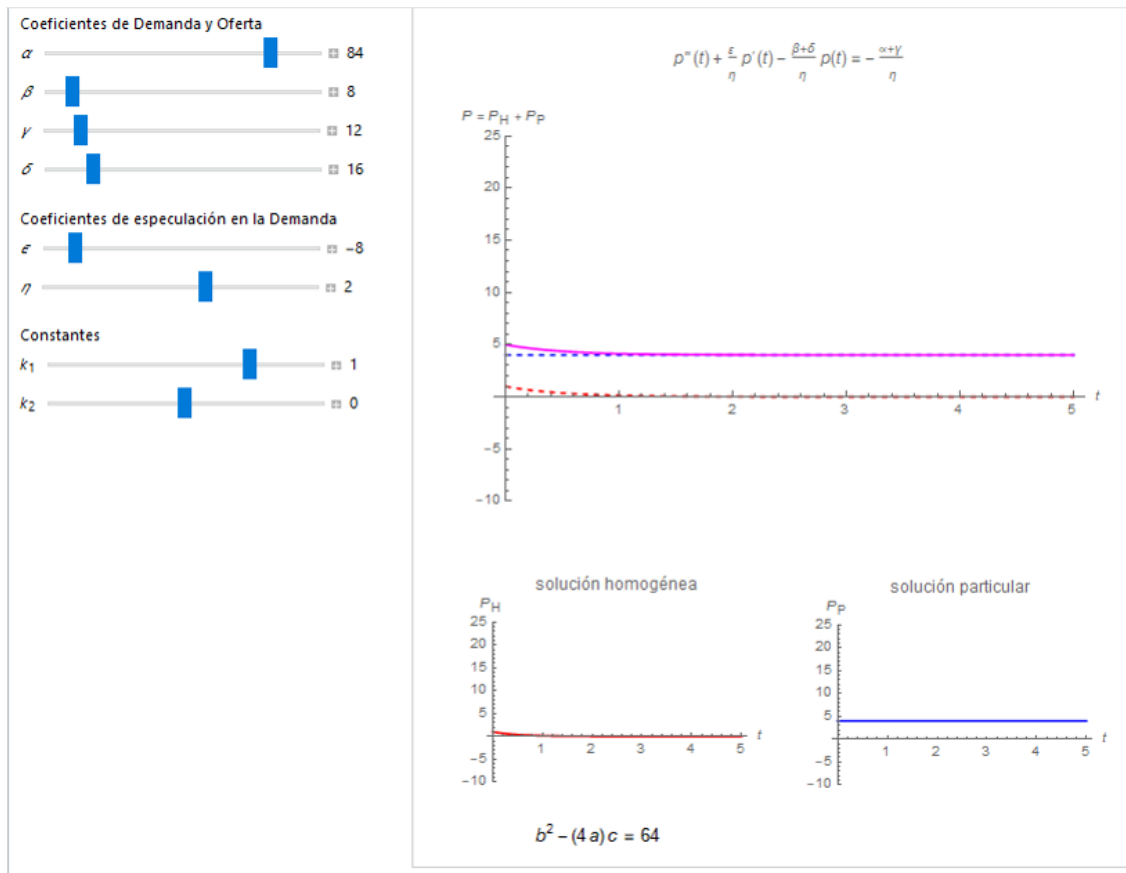
Fuente: Elaboración propia.

Caso 2. $\eta > 0 \wedge \varepsilon \in \mathfrak{R}$

Se consideran nuevamente $\varepsilon = -8 < 0$, $\eta = 2 > 0$ y los mismos coeficientes para la oferta y demanda- De allí se obtiene la misma ecuación diferencial que el caso 1, cuya solución general es $p(t) = k_1 e^{-2t} + k_2 e^{6t} + 4$

En este panel de la Figura 2, solo se modifican las condiciones iniciales $p(0) = 5, p'(0) = -2$, impactando en la estabilidad de la solución. En efecto, resulta que se anula la constante que acompaña a $r_1 > 0$ en la solución homogénea, es decir, $k_2 = 0$, y como consecuencia la trayectoria temporal del precio es: $p(t) = e^{-2t} + 4$, que resulta convergente al precio de equilibrio.

Figura 2: Caso 2 $\varepsilon = -8, \eta = 2$



Fuente: Elaboración propia.

Caso 3. $\eta < 0 \wedge \varepsilon < 0$

En este caso, la ecuación característica puede tener raíces reales distintas negativas, reales iguales negativas o complejas conjugadas, $r_1 = h + vi \in \mathbb{C} \wedge r_2 = h - vi \in \mathbb{C}$, con $h < 0$. En los tres casos, la estabilidad dinámica del equilibrio está asegurada.

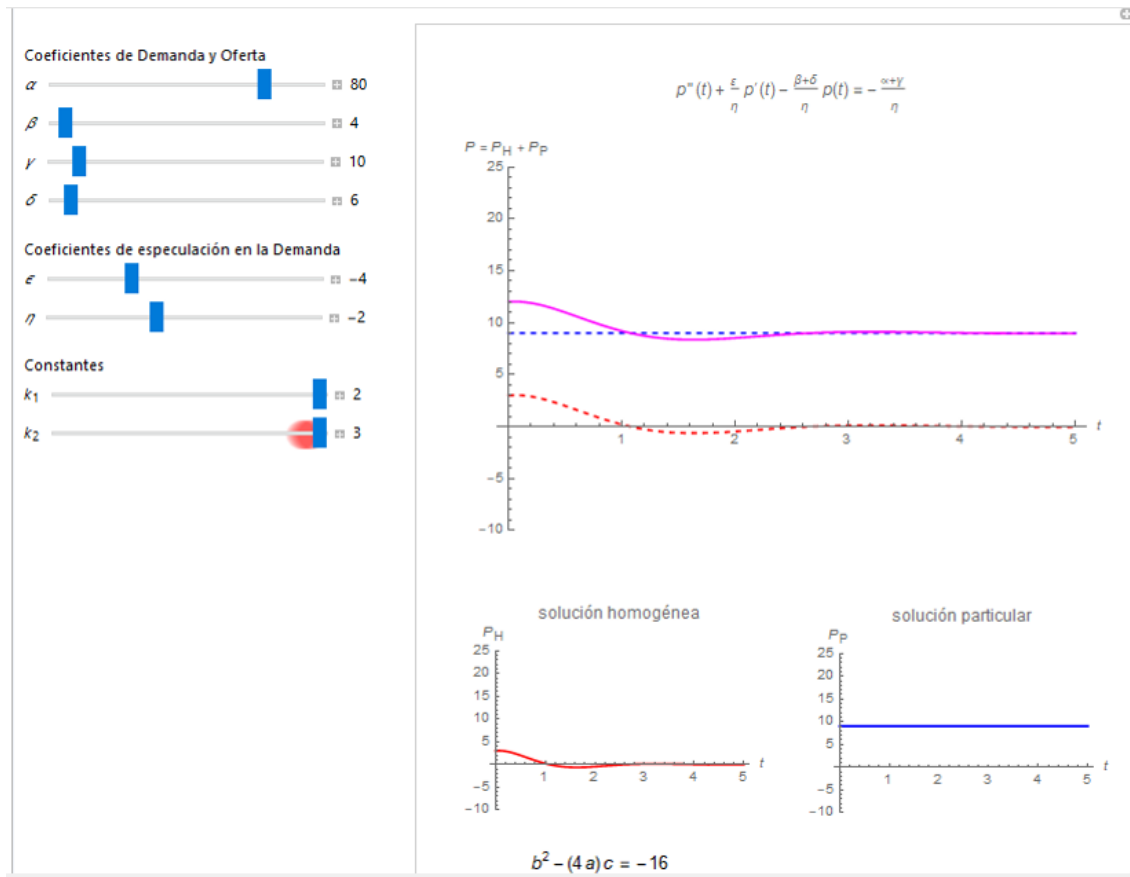
En el panel de la Figura 3, los parámetros asociados a la especulación considerados son: $\eta = -2, \varepsilon = -4$. Además, se han modificado los coeficientes de la oferta y la demanda: $\alpha = 80; \beta = 4; \gamma = 10; \delta = 6$. De este modo la solución general resultante es:

$$p(t) = e^{-t}(k_1 \text{sen } 2t + k_2 \text{cos } 2t) + 9$$

Bajo las condiciones iniciales: $p(0) = 12, p'(0) = 1$, la trayectoria temporal del precio es:

$$p(t) = e^{-t}(2 \text{sen } 2t + 3 \text{cos } 2t) + 9$$

Figura 3. Caso 3



Fuente: Elaboración propia.

Como se puede ver en la Figura 3, la trayectoria del precio resultante es convergente en forma oscilante, es decir posee una fluctuación amortiguada.

Conclusiones

El panel interactivo presentado en este trabajo resulta una herramienta pedagógica interesante para la enseñanza de ecuaciones diferenciales aplicadas a modelos económicos. A través de la visualización dinámica de trayectorias temporales, los estudiantes pueden comprender de manera intuitiva cómo los parámetros del modelo y las condiciones iniciales influyen en la estabilidad y el comportamiento de la solución. Este enfoque no solo enriquece el aprendizaje teórico, sino que también fomenta la exploración activa y la experimentación, aspectos clave para internalizar conceptos complejos.

Los tres casos analizados muestran escenarios distintos: divergencia, convergencia y convergencia oscilante, dependiendo de los valores de los parámetros, así como de las condiciones iniciales. Estos resultados resaltan la importancia de entender las raíces de la ecuación característica y su impacto en la solución homogénea, lo cual es fundamental para predecir el comportamiento del sistema a largo plazo.

El panel CDF no solo facilita el análisis gráfico, sino que también complementa la resolución analítica, reforzando la conexión entre la teoría y la práctica. Además, el enfoque visual resulta particularmente útil para identificar condiciones de equilibrio y estabilidad, aspectos que suelen ser abstractos en un contexto puramente matemático.

La integración de paneles interactivos en la enseñanza de ecuaciones diferenciales aplicadas a la economía ofrece un método efectivo para mejorar la comprensión de modelos dinámicos. Esta metodología no solo potencia el aprendizaje, sino que también prepara a los estudiantes para enfrentar

problemas económicos complejos con herramientas tanto analíticas como tecnológicas. Futuras investigaciones podrían explorar la aplicación de estas herramientas en otros modelos económicos o en contextos interdisciplinarios, ampliando así su potencial educativo.

BIBLIOGRAFÍA

Calvo, M., Escribano, M., Fernández, G., García, M., Ibar, R., & Ordás, M. (2003). *Problemas resueltos de matemáticas aplicadas a la economía y a la empresa*. AC Thomson.

Chiang, A. C., & Wainwright, K. (2006). *Métodos fundamentales de economía matemática* (4.^a ed.). McGraw-Hill.

Cortez López, J. C., Romero Bauset, J. V., Roselló Ferragud, M. D., & Villanueva Micó, R. J. (2012). *Modelos dinámicos continuos de oferta y demanda. Parte II: Cuando el ajuste del precio depende del inventario y existe especulación*. Departamento de Matemática Aplicada, Instituto Universitario de Matemática Multidisciplinar, Universidad Politécnica de Valencia.

Di Caro, H., & Gallego, L. (2000). *Análisis matemático II con aplicaciones a las ciencias económicas*. Ediciones Macchi.

EL EFECTO DE LAS SEQUÍAS EN LA ECONOMÍA ARGENTINA: ENCADENAMIENTOS PRODUCTIVOS Y PÉRDIDAS ECONÓMICAS

Esteban Otto Thomasz
ottobomasz@gmail.com
Kevin Corfield
kecorfield@gmail.com
Ana Silvia Vilker
anavilker@gmail.com

*Universidad de Buenos Aires, Facultad de Ciencias Económicas. Instituto de Investigaciones en Administración,
Contabilidad y Métodos Cuantitativos para la Gestión (IADCOM). Centro de Investigación en Métodos
Cuantitativos Aplicados a la Economía y la Gestión (CMA).
Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Argentina.*

Palabras Clave: Sequía, Sector agrícola, matriz insumo – producto, multiplicadores, encadenamientos

RESUMEN EXTENDIDO

Introducción

Argentina concentra una parte significativa de su estructura exportadora en los denominados *commodities* agrícolas. Entre los años 2021 y 2024, un promedio del 45% de las exportaciones totales del país se originó en los complejos oleaginoso y cerealero, lo que pone de manifiesto la centralidad del sector agropecuario en la economía nacional. A su vez, los derechos de exportación generados por esta actividad representaron en 2022 el 6,6% de la recaudación total del Estado nacional, evidenciando su rol estratégico como fuente de divisas y recursos fiscales (Allan et al., 2024).

Sin embargo, este peso estructural del agro expone a la economía argentina a una alta vulnerabilidad frente a eventos climáticos extremos. Corfield et al. (2020) han demostrado que los shocks climáticos, y en particular las sequías, provocan caídas significativas en el valor agregado del sector agrícola, así como en los niveles generales de la actividad económica y de las exportaciones. Esta situación adquiere mayor complejidad si se consideran sus fuertes encadenamientos productivos como: la demanda de insumos, servicios logísticos y maquinaria, y su oferta de productos que son materia prima para otros sectores.

En este marco, la utilización de la matriz insumo-producto constituye una herramienta analítica de especial valor, ya que permite estimar los impactos directos e indirectos de una perturbación sectorial en el conjunto de la economía. Dado que esta metodología refleja con precisión los requerimientos intersectoriales de producción, una contracción en el sector agropecuario, como la derivada de una sequía severa, no solo implica una reducción de su propia producción, sino también una menor demanda de bienes y servicios de otros sectores (efectos hacia atrás), así como una menor disponibilidad de insumos agrícolas para las otras actividades (efectos hacia adelante).

Este trabajo se propone, por tanto, estimar el impacto económico de las sequías sobre el sector agrícola argentino y sus encadenamientos productivos, utilizando para ello la matriz insumo-producto (MPI) como marco de análisis.



Metodología

Con la Matriz Insumo-Producto de Argentina elaborada por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) para el año 2019 calculamos:

$$X = (I - A)^{-1} * F$$

Donde X es el vector de Valor Bruto de Producción (VBP), I es la matriz identidad, A es la matriz de requerimientos directos y $L = (I - A)^{-1}$ es la matriz inversa de Leontief. Finalmente, F es el vector de demandas finales.

La matriz inversa de Leontief, (L) permite analizar los efectos totales —tanto directos como indirectos— que una variación en la demanda final de un sector provoca sobre el conjunto del sistema productivo. Una lectura por columnas de esta matriz revela cuánto debe incrementarse la producción en cada sector para satisfacer una unidad adicional de demanda final en un sector específico, considerando las interrelaciones estructurales de la economía. Esta herramienta resulta fundamental para evaluar la propagación de impactos en contextos de planificación económica, análisis de políticas sectoriales o estudios de sostenibilidad.

Siguiendo a Sargent y Stachurski (2024) definimos:

$$\Delta X = \Delta d + A(\Delta d) + A^2(\Delta d) + \dots +$$

Donde

Δd es el Impacto inicial que muestra la respuesta del agro

$A(\Delta d)$ es el impacto directo generado por la primera ronda de eslabonamientos hacia atrás.

$A^2(\Delta d) + \dots +$ es el impacto indirecto que genera la sequía a los proveedores del agro.

Resultados

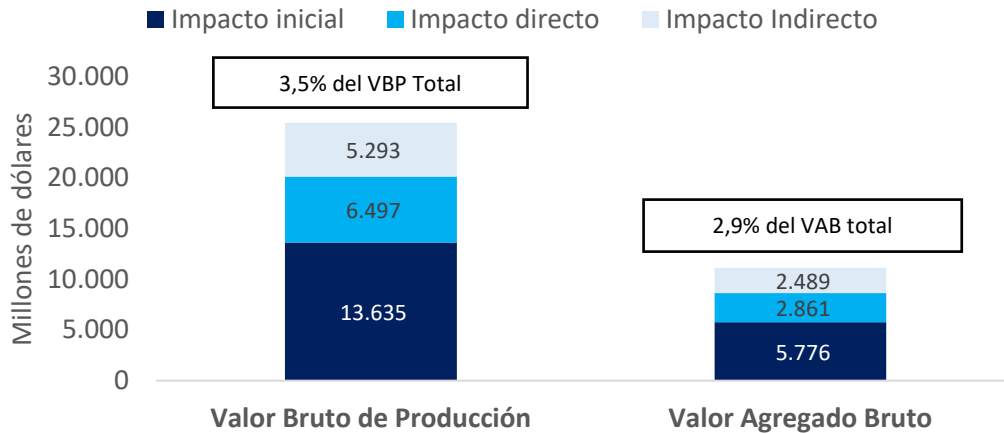
El costo económico directo de la sequía de 2022/23 por la disminución en la producción de soja, maíz y trigo asciende a USD 18.046,78 millones a precios de mercado siguiendo la metodología de Casparri et al. (2023). La mayor parte de esas pérdidas se concentró en el principal cultivo de exportación, el poroto de soja, con un valor estimado de USD 10.697,49 millones. Le siguieron el maíz, con pérdidas por USD 5.978,14 millones, y el trigo, con USD 1.371,15 millones.

Sin embargo, para calcular el multiplicador de impacto en la MIP es necesario expresar el valor de las pérdidas a precios de productor (sin impuestos directos a los productos). Descontamos los derechos de exportación (DEX) pagados a partir de las alícuotas vigentes en la normativa tributaria en ese período⁶. De esta forma, la pérdida inicial es de USD 13.634,7 millones, el impacto directo en los sectores proveedores del sector agrícola es de USD 6.497 millones y finalmente, el impacto indirecto es de USD 5.293 millones (ver gráfico 1).

⁶ Para poroto de soja 33%, maíz y trigo 12%.



Gráfico 1. Impacto económico total de la sequía 2022/23 según etapa de propagación

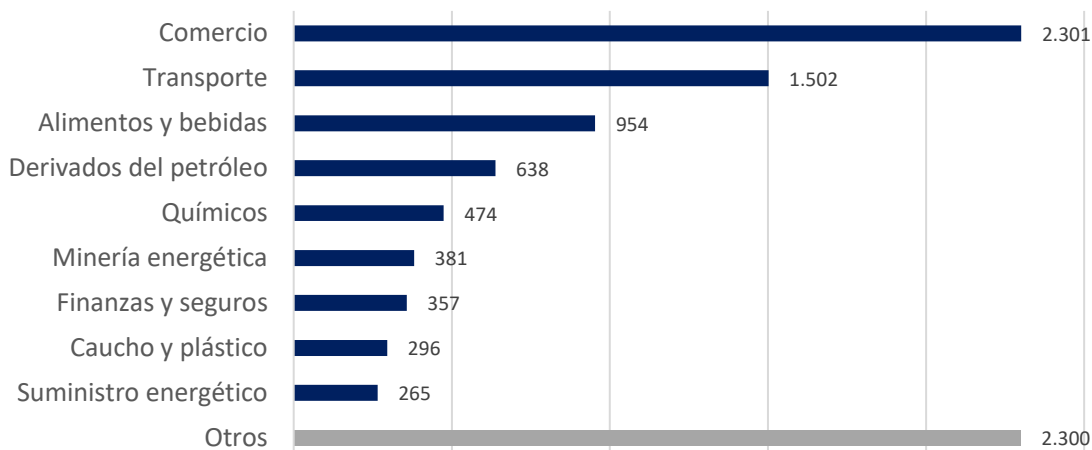


Fuente: Elaboración propia

Los sectores económicos más afectados por el shock climático adverso son aquellos proveedores de la agricultura en la etapa posterior a la cosecha como el comercio con una pérdida de USD 2.301 y el transporte (transporte terrestre) con una caída en su facturación de USD 1.502 millones (ver gráfico 2). Aquellos sectores vinculados a la provisión de agroinsumos entre otros también se ven afectados, pero en menor magnitud.

Considerando el Valor Agregado Bruto (VAB) la pérdida total asciende a 2,9% del total de los sectores de la economía. Es interesante notar que casi la mitad del impacto (48,1%) no obedece al impacto directo. La magnitud de la amplificación del shock por los encadenamientos productivos hacia atrás revela información valiosa sobre riesgo climático que tiene la economía argentina.

Gráfico 2. Impacto económico total de la sequía 2022/23 (VBP) – en millones de dólares



Fuente: Elaboración propia

Conclusiones

Los resultados obtenidos en este estudio evidencian con claridad la magnitud del impacto económico que puede generar un evento climático extremo como la sequía que afectó a la campaña agrícola d2022/23 sobre la economía argentina. Más allá de las pérdidas directas en la producción de cultivos clave como la soja, el maíz y el trigo —estimadas en más de USD 18.000 millones a precios de mercado—, se constató que los efectos se amplifican significativamente a través de los encadenamientos productivos del sector agropecuario. De hecho, casi la mitad del impacto total no se explica por la pérdida directa en el agro, sino por las repercusiones en sectores proveedores y conexos, como el comercio, el transporte y la industria de agroinsumos.

La utilización de la matriz insumo-producto permitió cuantificar con rigor estas interrelaciones y mostrar cómo un shock sectorial puede propagarse y afectar el Valor Agregado Bruto de manera considerable (2,9% del total económico en este caso) subrayando la alta exposición de la economía argentina al riesgo climático, dada su estructura productiva dependiente del agro y su rol como articulador de cadenas de valor.

En este contexto, resulta indispensable avanzar en políticas de mitigación y adaptación climática, así como en mecanismos de protección y diversificación económica que reduzcan la vulnerabilidad sistémica frente a futuros eventos extremos. Asimismo, el enfoque metodológico adoptado demuestra ser una herramienta útil para anticipar impactos y diseñar estrategias de respuesta más eficaces.

BIBLIOGRAFÍA

Allan, T., Corfield, K., O'Farrell, J., & Freytes, C. (2024). *Discutir los derechos de exportación: Hacia un nuevo marco fiscal para el agro*. Fundar. <https://fund.ar/publicacion/discutir-los-derechos-de-exportacion-hacia-un-nuevo-marco-fiscal-para-el-agro/>

Casparri, M. T., Brunetta, A., Corfield, K., López Lazo, S., Thomasz, E. O., & Vilker, A. S. (2023). *Valuación económica de las pérdidas ocasionadas por sequías en el cultivo del trigo en Argentina entre los años 2000-2021* (Working Paper No. 9). Programa Vulnerabilidad Socioeconómica al Riesgo Climático, Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires. <https://www.economicas.uba.ar/wp-content/uploads/2017/10/Provul-WP-9-Valuaci%C3%B3n-econ%C3%B3mica-de-las-p%C3%A9rdidas-ocasionadas-por-sequ%C3%ADas-en-el-cultivo-del-trigo-en-Argentina-entre-los-a%C3%B1os-2000-2021.pdf>

Beyrne, G. (2015). *Análisis de encadenamientos productivos y multiplicadores a partir de la construcción de la Matriz de Insumo-Producto Argentina 2004* (Documento de trabajo No. 13). Ministerio de Economía, Secretaría de Política Económica y Planificación del Desarrollo. <https://cdi.mecon.gob.ar/bases/docelec/az3388.pdf>

Corfield, K., Vilker, A. S., & Thomasz, E. O. (2020). *Impacto macroeconómico de variables meteorológicas en la agricultura argentina: Modelo VAR* (Working Paper No. 6). Programa de Vulnerabilidad Socioeconómica al Riesgo Climático. <https://www.economicas.uba.ar/wp-content/uploads/2017/10/Provul-WP-6-VAR-Corfield-Vilker-Thomasz.pdf>

Corfield, K., Thomasz, E., & Vilker, A. S. (2020). *Impacto macroeconómico de variables meteorológicas en la agricultura argentina* (Documento de Trabajo No. 6). Programa de Vulnerabilidad Socioeconómica al Riesgo Climático. http://bibliotecadigital.econ.uba.ar/econ/collection/docin/document/docin_provul_06

Durán Lima, J. E., & Banacloche Santacruz, S. (2021). *Análisis económicos a partir de matrices de insumo-producto: Definiciones, indicadores y aplicaciones para América Latina*. CEPAL.

<https://www.cepal.org/es/publicaciones/47537-analisis-economicos-partir-matrices-insumo-producto-definiciones-indicadores>

Fabris, J. (2016). Multiplicadores y encadenamientos de la economía argentina: Un análisis a partir de la matriz de insumo-producto. *Revista de Investigación en Modelos Matemáticos Aplicados a la Gestión y la Economía*, 3(3), 201–233.
<https://www.economicas.uba.ar/wp-content/uploads/2016/04/8-Multiplicadores-y-encadenamientos-de-la-econom%C3%ADa-argentina.-Un-an%C3%A1lisis-a-partir-de-la-matriz-de-insumo-producto.-Julio-Eduardo-Fabris.pdf>

Sargent, T. J., & Stachurski, J. (2024). *Economic networks: Theory and computation*. Australian National University.

LA ECONOMETRÍA DE LOS CAMBIOS ESTRUCTURALES. TRAS LA INTUICIÓN DE JULIO OLIVERA

Julio Eduardo Fabris
jfabris88@yahoo.com.ar

Facultad de Ciencias Económicas – Universidad de Buenos Aires

Palabras Clave: Econometría – Cambios estructurales – Quiebres y discontinuidades

RESUMEN EXTENDIDO

En esta ponencia se estudia la econometría de los cambios estructurales.

La misma forma parte del análisis de las series de tiempo, pero tiene en cuenta cambios bruscos en el nivel o en la tendencia temporal de las mismas, que pueden afectar su identificación.

El tema es particularmente pertinente para el estudio del desarrollo económico, donde la formulación de modelos no puede limitarse al uso de funciones diferenciables (a la Marshall, al decir de Fernández Lopez (2000)) sino que debe incluir rupturas y cambios de dinámica (a la Schumpeter).

También resulta importante para la identificación y modelación de las crisis económicas, a las que nuestro país está desgraciadamente tan acostumbrado.

I – Olivera y las funciones generalizadas de Schwartz

En Argentina el doctor Julio Olivera comenzó la tarea de traducir al lenguaje de las funciones generalizadas o distribuciones los principales tópicos de la teoría económica, a partir de los aportes de Schwartz (Halperin y Schwartz 1952) sobre economías distribucionales. Estas funciones generalizadas se caracterizan por tener derivadas aún en el caso de quiebres bruscos.



Figura 1 - El doctor Julio Hipólito Guillermo Olivera recibiendo el premio Konex 2006

Dicha tarea fue continuada por algunos de sus discípulos, entre ellos Alejo Macaya y Eduardo Rodríguez, profesores de la FCE - UBA

Por ejemplo, Macaya (2005) muestra que las trayectorias del tipo de cambio y del nivel de precios muestran un cambio de tendencia en el modelo de “overshooting” de Dornbusch, frente a un incremento anticipado de la cantidad de dinero. Allí muestra cómo puede resolverse este tipo de modelos desde el enfoque de “distribuciones” o funciones generalizadas

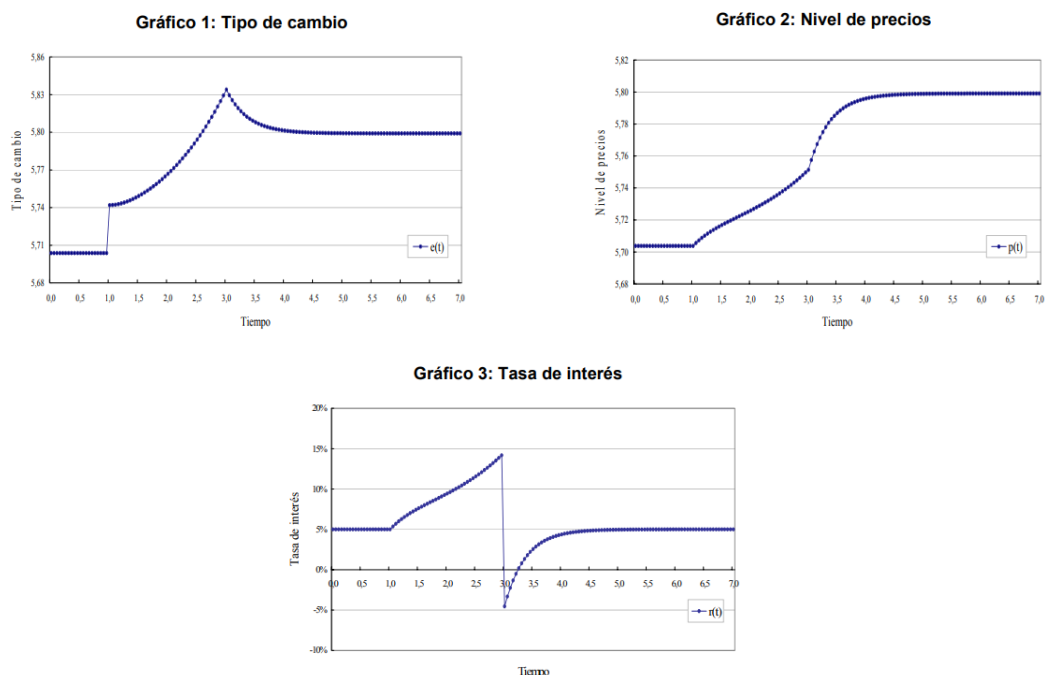


Figura 2 - Gráficas de la solución del problema de “overshooting” de Dornbusch mediante funciones generalizadas Fuente: Macaya (2005)

Nuestro tema podría bien interpretarse como una complementación de esos estudios teóricos mediante la búsqueda de la evidencia empírica, utilizando el herramental de la Econometría.

Las metodologías utilizadas irán desde los métodos clásicos con quiebres fechados, Chow (1960); con quiebre endógeno único, Quandt (1960) y Andrews(1993); múltiples quiebres endógenos Bai & Perron (1998, 2003) hasta la combinación de quiebres estructurales y cointegración, Gregory & Hansen (1996).

Desarrollaremos brevemente estas metodologías para identificar y modelar los quiebres en la dinámica de una economía. En la modelación se hará uso del software econométrico RStudio, que se utiliza en los cursos de grado y posgrado que se dictan en esta FCE - UBA.

II – Un ejemplo de la macroeconométrica

El ejemplo que desarrollaremos tiene que ver con una anécdota pedagógica o digamos libresca

En la 3ra edición del libro de "Econometría: modelos y pronósticos" de Pindyck y Rubinfeld del año 1991 se presentaban series de Consumo e Ingreso de EEUU y una regresión de la ecuación Keynesiana usual que las relacionaba

$$C_t = 18.44 + 0,89Y_t$$

En la 4ta edición de 1998, ampliaron la muestra hasta el año 1995 y los valores de la regresión cambiaron bastante

$$C_t = - 88.94 + 0,93Y_t$$

Estos distintos resultados representaban un cambio importante y hacían sospechar un cambio estructural en la economía estadounidense.

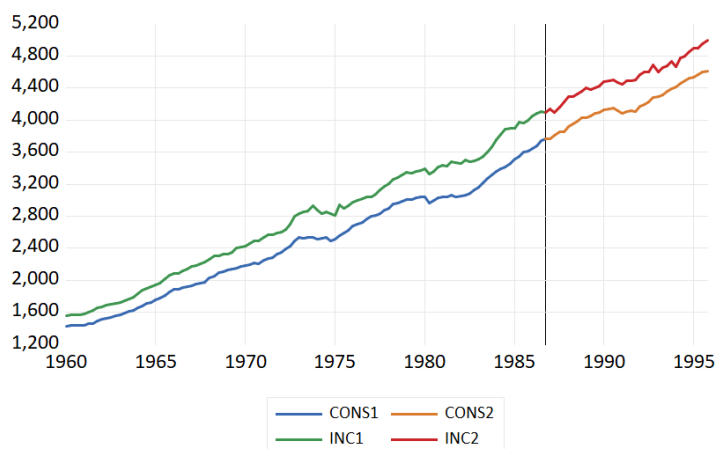


Figura 3 - Series del consumo y el ingreso de EEUU. Fuente: Pindyck y Rubinfeld (1997)

La idea de lo que estaba ocurriendo se muestra en el gráfico. Los parámetros del modelo (intercepto y pendiente) cambiaron

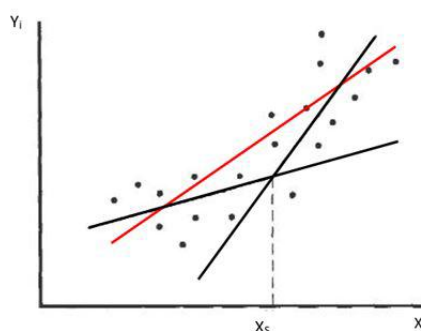


Figura 4 - Quiebre estructural. Presentación gráfica.

Obviamente, el modelo con 2 pendientes y 2 interceptos ajusta mejor (menor suma de los residuos al cuadrado). Pero ¿cuánto mejor? Para evaluar si el cambio es significativo desde el punto de vista estadístico, se utiliza el test de Chow (1960)

$$F = \frac{\frac{SRC_R - SRC_{NR}}{k}}{\frac{SRC_{NR}}{N - 2k}} \sim F(k, N - 2k)$$

Se regresan ambos modelos por Mínimos Cuadrados Ordinarios y se utiliza la Suma de los Residuos al Cuadrado (SRC) de ambos modelos en el test.

SRC_R es la SRC del modelo RESTRINGIDO, es decir del que no puede cambiar su pendiente ni su intercepto (recta continua en el gráfico), mientras SRC_{NR} es la suma para el caso del modelo NO RESTRINGIDO, es decir aquel que es libre de cambiar los parámetros en la fecha indicada (líneas quebradas en el gráfico). N es la cantidad de observaciones y k la cantidad de parámetros a los que se les permite cambiar (2 en nuestro modelo). Bajo la hipótesis nula de que no hay un cambio significativo de los parámetros, el test se distribuye como F con los grados de libertad indicados.

Si se realiza un test de Chow con fecha de quiebre 1986q4 la salida confirma un quiebre significativo. Según la salida del software R:

```
>.sctest(cons~inc, .type="Chow", .point=c(1986,4), .data=usa_data)
H0 del test: No hay quiebre estructural
+ Chow test
data: cons ~ inc
F = .92.507, p-value < .2.2e-16
```

Cuadro 1 - Salida del test de Chow en el programa RStudio

III - Determinación endógena de la fecha del quiebre

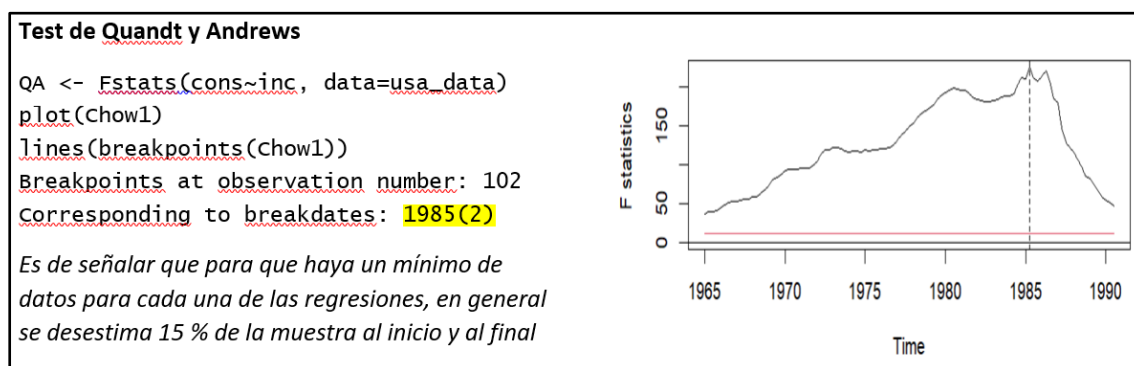
Una limitación del test de Chow original es que debo proporcionarle la fecha en que se produce el quiebre. El primer intento para determinarla endógenamente lo hizo Quandt (1960), proponiendo evaluar el test en toda la muestra y elegir como punto de quiebre el mayor estadístico F. Actualmente se lo nombra como test sW, pero están disponibles también otros estadísticos:

Supremo (s)	Promedio (a)	Exponencial (e)
$sW = \max_{b_1 < b < b_2} W_b$	$aW = \bar{W}_b$	$eW = \ln \left[\text{Prom} \left(e^{W_b/2} \right) \right]$

Cuadro 2 - Estadísticos para la determinación endógena de la fecha de quiebre

La distribución de estos estadísticos es conocida pero no estándar y cada uno tiene sus ventajas y problemas. Hansen(1997) calculó p-values asintóticos aproximados

La lógica de las pruebas es calcular repetidamente los estadísticos F y construir estadísticos específicos para este caso de fecha desconocida con ellos. Andrews, D. W. K. (1993)



Cuadro 3 - Salida del Test de Quandt y Andrews (test tipo sW) y gráfico de los estadísticos F

Siguiendo con el análisis del ejemplo entonces, es posible rehacer la regresión incluyendo el quiebre estructural por medio de una variable dummy en la fecha señalada por el test.

```
dynlm(formula = cons ~ D + inc + D.inc, data = Coint_PBI)
Coefficients:
(Intercept) 38.186123 12.120279 3.151 0.00199 **
D            -467.980883 78.279856 -5.978 1.78e-08 ***
inc          0.882084 0.004386 201.096 < 2e-16 ***
D.inc       0.135376 0.017826 7.594 3.99e-12 ***
```

Cuadro 4 - Regresión con variable Dummy para indicar el quiebre estructural

En la regresión, la variable D es una variable dicotómica (dummy) que vale 0 hasta 1985(2) y 1 después. De acuerdo con la regresión, la propensión marginal al consumo pasa de 0.88 a 1,02. Este cambio de la propensión marginal al consumo podría tener como explicación la liberalización financiera de los años 80 y el consiguiente endeudamiento de las familias en los países desarrollados.

IV - Varios quiebres estructurales endógenos

Otro avance en este tema surge con la posibilidad de relevar varios quiebres estructurales en las series, también en forma endógena. El desarrollo más difundido es el de Bai y Perron (1998, 2003). El método es secuencial

El procedimiento de estimación es el siguiente:

Se busca el conjunto de quiebres que minimiza la suma de cuadrados residuales (SSR), sujeto a que los segmentos no sean demasiado pequeños. Esto es computacionalmente costoso si se hace por fuerza bruta, pero Bai y Perron proponen un algoritmo eficiente de segmentación dinámica que permite encontrar los quiebres óptimos en tiempo razonable.

Para explicar el método seguimos con nuestro ejemplo.

En el caso de nuestra serie, se determina el número mínimo de datos para cada tramo, lo cual corresponde a una proporción de 15 % de la muestra (es el default, $h=0.15$, que puede cambiarse en caso de ser conveniente). En nuestro caso eso resulta en **22** observaciones

Por lo tanto, como tengo 144 observaciones, el número máximo de segmentos es **6** ($144/22=6,54$). Y el número máximo de quiebres es **m = 5**

Se estiman secuencialmente los quiebres, desde el primero hasta el número máximo de quiebres (que resultó ser 5) y luego se determina el caso óptimo con algún criterio de información, típicamente Schwarz o RSS (suma de los residuos al cuadrado).

El Criterio de Schwarz mínimo (BIC) indica que el óptimo corresponde a $m=2$ quiebres, mientras que el criterio de la mínima suma de los residuos al cuadrado (RSS) elige $m=4$ quiebres

```
> bp.test <- breakpoints(cons-inc, data=usa_data)
Optimal (m+1)-segment partition:

Corresponding to breakdates:

m = 1                1985(2)
m = 2                1975(4) 1985(2)
m = 3                1975(4) 1981(1) 1986(2)
m = 4                1968(2) 1975(2) 1980(3) 1986(2)
m = 5                1965(1) 1970(2) 1975(4) 1981(1) 1986(2)

Fit:

m      0      1      2      3      4      5
RSS 338822 129987 109289 102046 95825 99154
BIC  1541   1418   1408   1413   1419   1439
```

Cuadro 5 - Salida del test de quiebres estructurales de Bai y Perrón

Aceptamos los resultados del test con $m = 2$ y generamos 2 variables dummies:

D1: variable dummy que vale 0 hasta 1975(4) y 1 después

D2: variable dummy que vale 0 hasta 1985(2) y 1 después

La salida de la regresión incorporando ambas variables dummies tanto los cambios del intercepto como los cambios de las pendientes resulta ser:

```
BP_formula=cons~D1+D2+inc+D1_inc+D2_inc
BPreg=dynlm(BP_formula,data=Coint_PBI)
```

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	86.1667646	18.0411057	4.7761	4.508e-06 ***
D1	142.5895180	62.0834958	2.2967	0.02314 *
D2	-658.5510433	92.8991075	-7.0889	6.374e-11 ***
inc	0.8580089	0.0079059	108.5280	< 2.2e-16 ***
D1_inc	-0.0288346	0.0190660	-1.5124	0.13273
D2_inc	0.1882856	0.0235718	7.9877	4.856e-13 ***

Cuadro 6 – Salida de la regresión con 2 quiebres en intercepto y pendiente

Los valores de los tests nos indican que el cambio de pendiente en 1975(4) no es significativo, mientras que ambos cambios en el intercepto y el cambio de pendiente en 1985(2) sí.

Repitiendo entonces la regresión:

```
BP2_formula=cons~D1+D2+inc+D2_inc
BP2reg=dynlm(cons~D1+D2+inc+D2_inc,data=Coint_PBI)
```

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	97.2634678	16.5577976	5.8742	2.992e-08 ***
D1	49.9814563	10.2820367	4.8610	3.112e-06 ***
D2	-577.0396848	76.0158407	-7.5910	4.177e-12 ***
inc	0.8530510	0.0072274	118.0301	< 2.2e-16 ***
D2_inc	0.1644089	0.0175846	9.3496	< 2.2e-16 ***

Cuadro 7 – Salida de la regresión con 2 quiebres en intercepto y 1 quiebre en pendiente

Se confirma entonces el cambio en la propensión marginal al consumo que pasa de 0.85 a 1.02, superando los valores teóricos de la misma.

V - Cointegración en presencia de quiebre estructural

Como es sabido, realizar una regresión clásica con variables no estacionarias puede generar correlaciones espurias. Este es el problema que podría presentarse en la regresión de nuestro ejemplo.

$$C_t = \alpha + \beta Y_t + \varepsilon_t$$

Nelson y Plosser (1982) demostraron que la mayoría de las series macroeconómicas de EEUU eran no estacionarias, con tendencia estocástica (En general integradas de orden 1). Ambas series utilizadas en este ejemplo lo son, lo cual se puede demostrar utilizando el test de Dickey y Fuller.

Engle y Granger (1987) encontraron una solución al problema. Si varias series $I(1)$ pueden formar una combinación lineal estacionaria $I(0)$, se dice que estas series cointegran y la regresión se valida. Lo que se hace en la práctica es verificar que el residuo de la regresión $\hat{\varepsilon}_t$ sea estacionario, lo cual se testea con el mismo test de Dickey y Fuller utilizado para las series, pero con valores críticos más exigentes que Engle y Granger calcularon.

El problema que se les presentó a Pindyck y Rubinfeld era que las series cointegraban si se consideraba el período **1960-1986**, pero no cointegraban si se tomaba el período **1960 – 1995**.

Esto nos lleva a considerar que el fallo en la cointegración de las series puede deberse a los quiebres en la tendencia y/o en el intercepto que enmascaren la estacionariedad de los residuos. **Gregory y Hansen** diseñaron un test para esta situación

Se trata de un test similar al ADF test, pero que verifica la estacionariedad de los residuos permitiendo un quiebre estructural en la serie de los mismos. Esto se interpreta como un cambio estructural en el/los parámetro/s del vector de cointegración. Lo que se vuelve más exigente en este test son los valores críticos con los que se evalúa la estacionariedad de los residuos de la regresión

En nuestro caso nos corresponden los valores críticos para 2 quiebres ($m = 2$) y “Cambio de régimen”, o sea no solamente cambio en el intercepto sino también en la tendencia.

C_ Quiebre en el nivel	$Y_t = \alpha + \alpha_1 D_{tt} + \beta X_t + u_t$
C/T_ Quiebre en el nivel con tendencia	$Y_t = \alpha + \alpha_1 D_{tt} + \gamma t + \beta X_t + u_t$
C/S_ Cambio de régimen	$Y_t = \alpha + \alpha_1 D_{tt} + \beta X_t + \delta (D_{tt} \cdot X_t) + u_t$

Cuadro 8 _ Modelos según Gregory y Hansen para el test de cointegración con quiebres estructurales

Si testeamos la estacionariedad de los residuos de nuestra última versión de la regresión

```
> Test.ADF.Ver.3(BP2reg$residuals,1,"BIC")
"Método BIC , lags = 0"
"Cantidad máxima de lags: 13"
"Estadístico Tau: -6.561"
```

Cuadro 9 _ Test de estacionariedad de los residuos para el test de Gregory y Hansen

El valor del estadístico Tau (-6.561) debe compararse con -5.50 que es el valor crítico correspondiente a un valor de significatividad 0.05, $m = 2$ y “Cambio de Régimen”

Approximate asymptotic critical values				
Level		0.01	0.025	0.05
$m = 2$	ADF^*, Z_t^*			
	C	-5.44	-5.16	-4.92
	C/T	-5.80	-5.51	-5.29
	C/S	-5.97	-5.73	-5.50

Cuadro 10 _ Valores críticos para el Test de Gregory y Hansen

El test rechaza la existencia de raíz unitaria en los residuos de la regresión, con lo cual se demuestra que las series cointegran, es decir la regresión se valida, no se trata de correlaciones espurias.

VI – Conclusiones

En esta ponencia se estudió la econometría de los cambios estructurales. La misma tiene en cuenta cambios bruscos en el nivel o en la tendencia temporal de las mismas, que pueden afectar su identificación.

Nuestro aporte podría interpretarse como una complementación de los estudios teóricos del Dr. Olivera y sus discípulos, mediante la búsqueda de la evidencia empírica, utilizando el herramental de la Econometría

BIBLIOGRAFÍA

Andrews, D. W. K. (1993). Tests for parameter instability and structural change with unknown change point. *Econometrica*, 61(4), 821–856.

Bai, J., & Perron, P. (1998). Estimating and testing linear models with multiple structural changes. *Econometrica*, 66(1), 47–78.

- Bai, J., & Perron, P. (2003). Computation and analysis of multiple structural change models. *Journal of Applied Econometrics*, 18(1), 1–22.
- Chow, G. C. (1960). Tests of equality between sets of coefficients in two linear regressions. *Econometrica*, 28(3), 591–605.
- Engle, R. F., & Granger, C. W. (1987). Co-integration and error correction: Representation, estimation, and testing. *Econometrica*, 55(2), 251–276.
- Fernández López, M. (2000). *Cuestiones económicas argentinas*. AZ Editora.
- Gregory, A. W., & Hansen, B. E. (1996). Residual-based tests for cointegration in models with regime shifts. *Journal of Econometrics*, 70(1), 99–126.
- Halperin, I., & Schwartz, L. (1952). *Introduction to the theory of distributions*. University of Toronto Press.
- Macaya, A. (2005). Un enfoque distribucional para la resolución de modelos económicos dinámicos lineales: Algunos ejemplos. *Anales de la Asociación Argentina de Economía Política*. La Plata.
- Nelson, C. R., & Plosser, C. R. (1982). Trends and random walks in macroeconomic time series: Some evidence and implications. *Journal of Monetary Economics*, 10(2), 139–162.
- Olivera, J. H. G. (1994). El enfoque distribucional de los hechos económicos. *Anales de la Asociación Argentina de Economía Política*, XXIX Reunión Anual.
- Pindyck, R. S., & Rubinfeld, D. L. (1991). *Econometric models and economic forecasts*. McGraw-Hill.
- Pindyck, R. S., & Rubinfeld, D. L. (1998). *Econometric models and economic forecasts*. Irwin/McGraw-Hill.
- Quandt, R. E. (1960). Tests of the hypothesis that a linear regression system obeys two separate regimes. *Journal of the American Statistical Association*, 55(290), 324–330.



DESARROLLO DE UN PAQUETE DE R PARA ANÁLISIS NUMÉRICO⁷

Julio Eduardo Fabris

jfabris88@yahoo.com.ar

Matías Rosenstein

matias.rosenstein00@gmail.com

Facultad de Ciencias Económicas – Universidad de Buenos Aires

Palabras Clave: Análisis numérico - Paquetes de software - Programas didácticos

RESUMEN EXTENDIDO

En la materia Análisis Numérico enseñamos algoritmos que permiten aproximar funciones, calcular integrales y encontrar raíces de ecuaciones mediante metodologías no exactas (algunas de tipo recursivo). Si bien para la aplicación de estas técnicas es conveniente el uso de computadoras, en las evaluaciones se exige a los alumnos la resolución en forma manual de las técnicas.

4)	<p>Se desea utilizar el método de Newton – Rapshon para encontrar el punto de intersección de las funciones indicadas en el primer cuadrante.</p> $y(x) = \frac{1}{2}e^x \quad ; \quad z(x) = +\sqrt{4 - \frac{x^2}{4}}$
----	---

Figura 1: Ejercicio típico de un examen de la materia

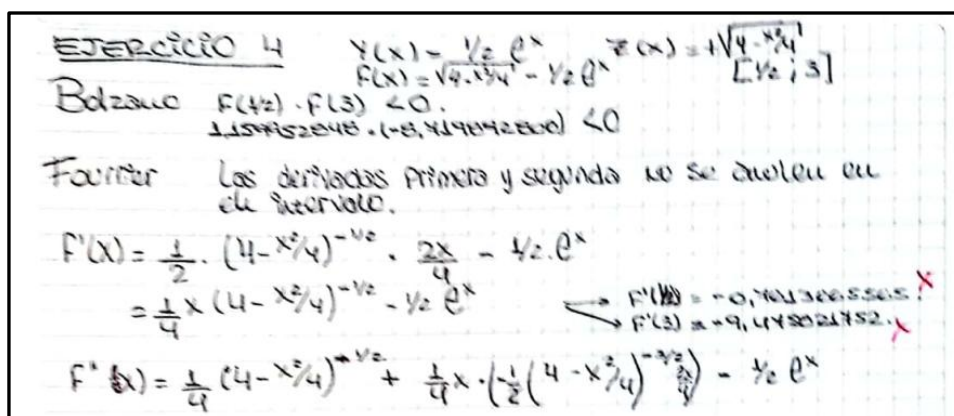


Figura 2 – Resolución del ejercicio en forma manual por un alumno

El curso se complementa con la enseñanza de programación en R de modo tal que los alumnos puedan programar algunas resoluciones en el software. Se dictan 4 clases virtuales en las cuales se desarrollan los fundamentos de la programación, con el auxilio del software RStudio, de libre acceso.

⁷ El presente trabajo corresponde a la XXIII Jornadas de Tecnología Aplicada a la Educación Matemática Universitaria (2024)

En la primera clase se explica el manejo del programa, que es una interface amigable del programa R y su uso como calculadora (operaciones elementales con escalares, vectores y matrices). En la segunda clase se explican los fundamentos de programación mediante scripts o listas de comandos. En esta clase se hace hincapié especialmente en los comandos de disyunción (comandos IF) y de lazos iterativos (comandos FOR y WHILE).

En la tercera clase se aborda la elaboración de funciones, en las que el script básico se adapta para permitir el ingreso de un argumento genérico y generar una salida (RETURN) que pueda utilizarse como insumo fuera de la misma. Finalmente, en la cuarta clase se explica la generación de subrutinas que pueden ser utilizadas por distintos programas principales (MAIN) que las invocan.

```
# 1.- Estructura IF ELSE -----
# IF(condicion){
# Instrucciones que se realizan en caso de ser TRUE la condicion
# }else{
# instrucciones que se realizan en caso de ser FALSE la condicion
# }
# 1.1.- Ejemplo 1 -----
#Vamos a crear una funcion que determine si un objeto "a"
# tiene un valor 10

a<-10      #defino "a" como cualquier valor que quiera probar

if(a==10){
  #Se lee: si el objeto "a" es igual a 10
  print("El valor coincide")
}else{
  #Se lee: en caso contrario..
  print("El valor NO coincide")
}
```

Figura 3 – Fragmento del script de la primera clase de programación con R

La enseñanza de programación en R se evalúa con un examen obligatorio, donde los alumnos afrontan un problema sencillo de programación. Cómo la enseñanza de R precede al desarrollo de los temas de la materia, los ejercicios de evaluación son generales y se intenta que sean independientes incluso de conocimientos relativos a otras materias, a fin de concentrar la problemática en el tema de programación

Ejercicio (1)
La sucesión de Fibonacci comienza con dos números naturales cualesquiera ($a < b$) y a partir de estos, «cada término es la suma de los dos anteriores», esa es la relación que debe cumplirse. Programe una función "es.fibo(v)" que analice si los números almacenados en un vector "v" de enteros positivos corresponden a una sucesión de Fibonacci (desordenada). Si corresponden, el programa debe imprimir la secuencia ordenada y retornar el valor 1. Si no corresponden debe imprimir 3 valores de "v" para los que no se cumple la regla y retornar el valor 0.

Ejemplo: es.fibo(v)

v=(4, 1, 3, 7, 29, 47, 11, 18) print=c(1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47) return=1

v=(4, 1, 3, 8, 29, 47, 11, 18) print=c(3, 4, 8) return=0

Figura 4 – Ejercicio de evaluación de la enseñanza de programación con R

Como ya se dijo, es conveniente aplicar las técnicas de resolución que forman el contenido de la materia en forma automatizada. Si bien la evaluación del conocimiento de los alumnos se realiza “con lápiz y papel”, con el equipo de ayudantes hemos elaborado programas específicos para cada método

abordado. Su uso durante el transcurso del período lectivo será permitir la verificación de las resoluciones de las guías con la metodología que se aplica en las clases.

Los ayudantes que participaron en la programación fueron Felipe Moronta, Celina Porta, Joaquin Ausa y Matías Rosenstein.

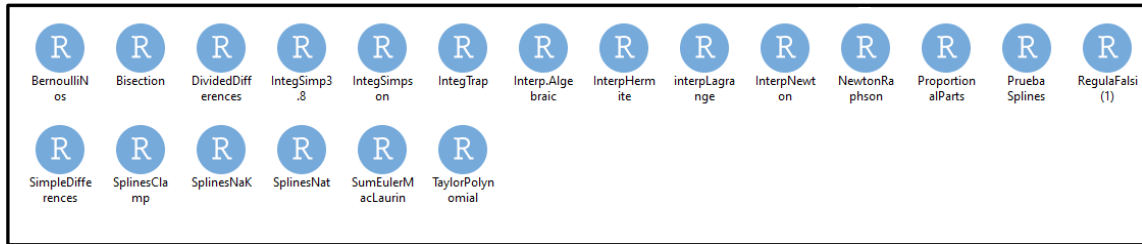


Figura 5 – Programas elaborados por el profesor y los ayudantes

Para lograr ese objetivo, los programas elaborados permiten la verificación de resultados intermedios y, en los casos en que resulte adecuado, realizan un gráfico de las funciones involucradas. Además, estos programas han sido elaborados con código sencillo, entendible por los alumnos con los rudimentos de programación que se despliegan en el curso. Es decir que, más que buscar la eficiencia y rapidez de ejecución, se ha privilegiado la fácil comprensión de los códigos y de la secuencia de pasos que llevan a la resolución.

Ejemplificaremos con el caso de la interpolación con el método de Newton. En la siguiente figura se muestra parte del código de la función.

```

1  interpNewton = function(A, xs, showTable = F,
2     showExpr = F, showMatrix = F, showGraph = F){
3     degree = nrow(A) - 1
4     x = xs
5     divDiff = A
6
7     separatorLine = paste(rep("-", 10), collapse = "")
8
9     for (i in 1:degree){
10      result = rep(0, nrow(A))
11
12      for (j in 1:(nrow(A) - i)){
13         currentDiff = divDiff[j + 1, ncol(divDiff)]
14         previousDiff = divDiff[j, ncol(divDiff)]
15         currentX = divDiff[j + i, 1]
16         prevX = divDiff[j, 1]

```

Figura 6 – Fragmento del programa de Interpolación con el método de Newton

Como puede verse, los argumentos principales de la función son los datos, que son los puntos conocidos de la función, a partir de una matriz de datos (A) y el punto específico a interpolar (xs). Además del retorno numérico que sería el valor de la función para el argumento de interés ($f(xs)$), existen salidas optativas que permiten ver la tabla de diferencias divididas con que se elabora el polinomio interpolante (`showTable`), la matriz de resultados intermedios en la evaluación del polinomio (`showMatrix`) y un gráfico del polinomio interpolante con el valor encontrado $f(xs)$.



```
> # Example
> x=c(1,2,3,4,5,6,7)
> fx=c(144,56,35,22,78,3,17)
> A=cbind(x,fx) ; A
      x  fx
[1,] 1 144
[2,] 2  56
[3,] 3  35
[4,] 4  22
[5,] 5  78
[6,] 6   3
[7,] 7  17
```

Figura 7 – Ejemplo de datos para la interpolación (Matriz A)

Una vez ingresados los datos de la función y el punto de interés x_s , si no se activan las salidas optativas, el programa realiza la interpolación y retorna el valor del polinomio en el punto de interés.

```
> interpNewton(A, 5.5)
Aprox: [1] 68.20898
```

Figura 8 – Salida del programa con el valor numérico del polinomio en el punto de interés

Si se activa la opción “ShowTable” aparece en la consola la tabla de diferencias divididas de donde se toman los coeficientes del polinomio de interpolación de Newton

```
> interpNewton(A, 5.5,T)
[1] "Divided differences Table: "
      x  fx DD 1  DD 2  DD 3  DD 4  DD 5  DD 6
[1,] 1 144 -88  33.5 -9.833333  5.000 -3.175 1.475
[2,] 2  56 -21   4.0 10.166667 -10.875  5.675 0.000
[3,] 3  35 -13  34.5 -33.333333 17.500  0.000 0.000
[4,] 4  22  56 -65.5  36.666667  0.000  0.000 0.000
[5,] 5  78 -75  44.5  0.000000  0.000  0.000 0.000
[6,] 6   3  14   0.0  0.000000  0.000  0.000 0.000
[7,] 7  17   0   0.0  0.000000  0.000  0.000 0.000
[1] "-----"
Aprox: [1] 68.20898
```

Figura 9 – Tabla de diferencias divididas correspondiente a los datos ingresados

Con la opción “showExpr” activada muestra la expresión del polinomio interpolante, que se ha encontrado a partir de los datos de la función.



```
> interpNewton(A, 5.5,F,T)
P(x) = 144 + -88 * (x - 1) + 33.5 * (x - 1) * (x - 2) + -9.8333
3333333333 * (x - 1) * (x - 2) * (x - 3) + 5 * (x - 1) * (x - 2)
* (x - 3) * (x - 4) + -3.175 * (x - 1) * (x - 2) * (x - 3) * (x
- 4) * (x - 5) + 1.475 * (x - 1) * (x - 2) * (x - 3) * (x - 4) *
(x - 5) * (x - 6)
[1] "-----"
Aprox: [1] 68.20898
```

Figura 10 – Expresión del polinomio interpolante basado en los datos de la matriz A

Con la opción “showMatrix” activada va mostrando la resolución sucesiva del polinomio, lo cual permite verificar el trabajo de resolución manual que el alumno realiza durante su ejercitación con las Guías de Ejercicios. En la figura se ha realizado una cuenta parcial para ejemplificar el desarrollo del cálculo.

```
> interpNewton(A, 5.5,F,F,T)
[1] "Matrix: "
      Order      Coef      Aprox
[1,]      0 144.000000 144.00000
[2,]      1 -88.000000 -252.00000
[3,]      2  33.500000  275.62500
[4,]      3 -9.833333 -111.56250
[5,]      4  5.000000  183.75000
[6,]      5 -3.175000   89.98828
[7,]      6  1.475000   68.20898
[1] "-----"
Aprox: [1] 68.20898
> 144-88*(5.5-1)
[1] -252
```

Figura 11 – Desarrollo del cálculo con el polinomio interpolante para el valor de interés “xs”

Finalmente con la opción “showGraph” activada muestra un gráfico del polinomio de aproximación, destacando el valor interpolado. El gráfico aparece en un panel separado y puede capturarse para pegarlo en un informe.

```
> interpNewton(A, 5.5,F,F,F,T)
Aprox: [1] 68.20898
```

Figura 12 – Comando de la función con la opción de gráfico activada

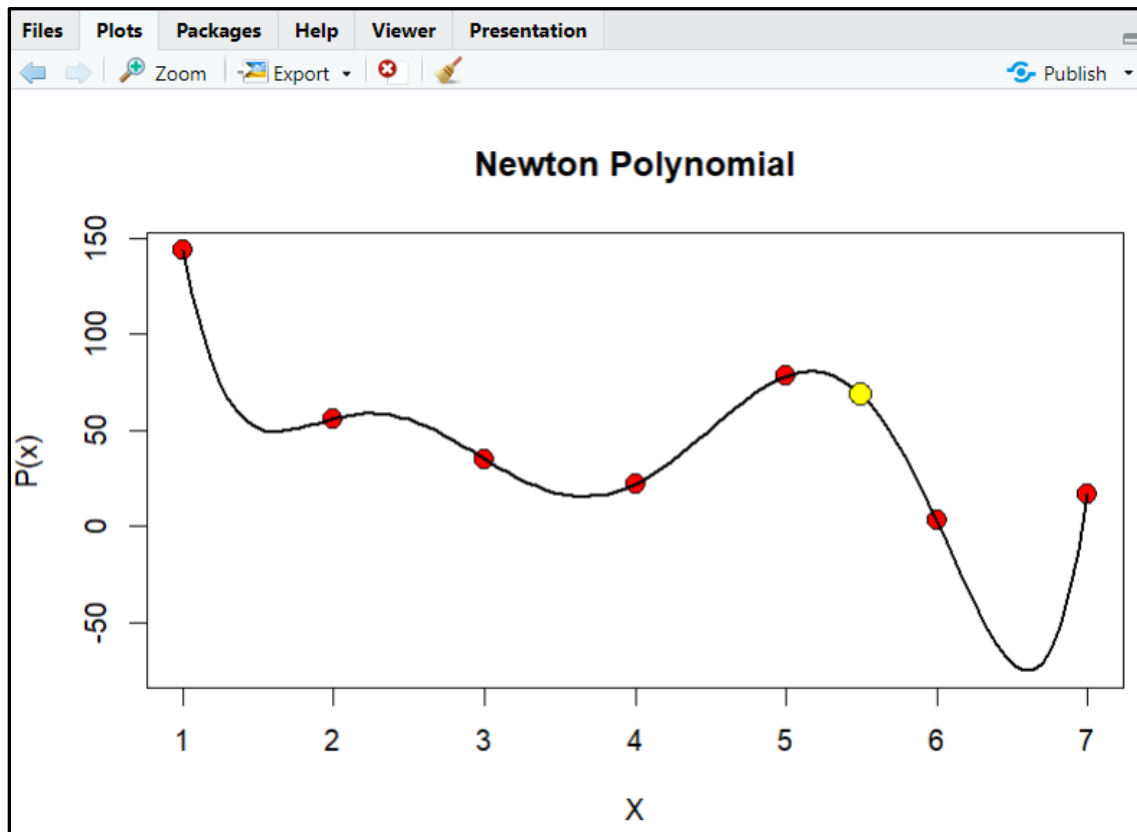


Figura 13 – Grafico del polinomio interpolante con los datos y $f(x_s)$ resaltados

En general se ha buscado que el programa tenga un retorno numérico que permita usar el comando como parte de una operación mas compleja que lo incluya.

```
> interpNewton(A, 5.5)
Aprox: [1] 68.20898
> interpNewton(A, 4.5)
Aprox: [1] 50.55273
>
> interpNewton(A, 5.5)-interpNewton(A, 4.5)
Aprox: Aprox: [1] 17.65625
```

Figura 14 – Ilustra las salidas del programa como parte de una operación mas compleja

Es sabido que cuando tengo muchos valores de la función a interpolar y esta varía poco, el polinomio interpolante sufre el llamado “efecto de Runge”, que se manifiesta en una oscilación espuria. Esto se ejemplifica con la interpolación de la curva del lomo de un pato, cuyas coordenadas se han cuantificado. Se mostrará que en este caso el polinomio interpolante de Newton no es una técnica adecuada.

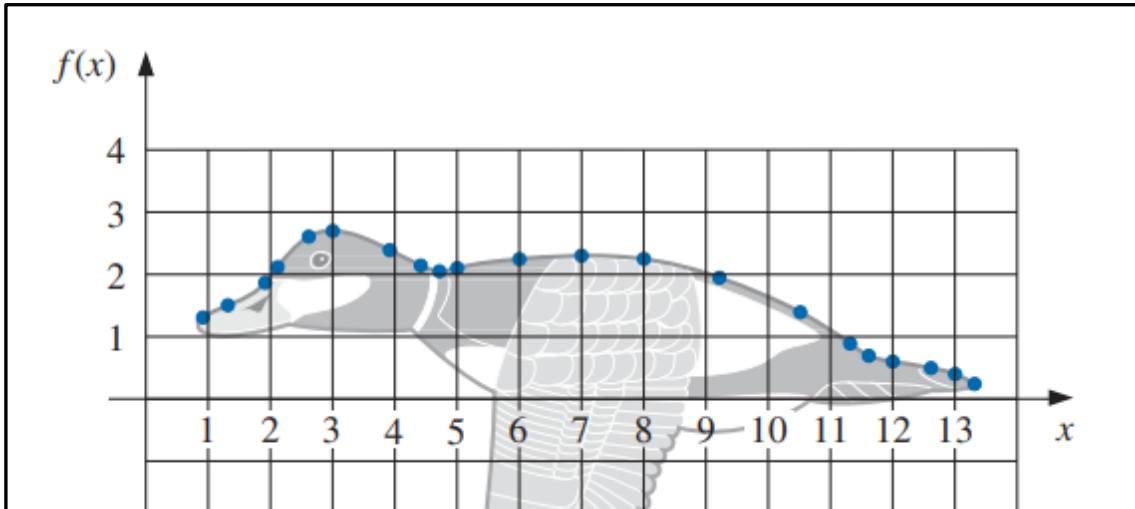


Figura 15 – Los datos son las coordenadas del lomo de un pato (Ejemplo en Burden y Faires)

```
x=c(0.9,1.3,1.9,2.1,2.6,3,3.9,4.4,4.7,5,6,7,8,9.2,10.5,11.3,11.6,12,12.6,13,13.3)
fx=c(1.3,1.5,1.85,2.1,2.6,2.7,2.4,2.15,2.05,2.1,2.25,2.3,2.25,1.95,1.4,0.9,0.7,0.6,0.5,0.4,0.25)
A=cbind(x,fx)

plot(x,fx,col="green",type="l",lwd=2)
points(A[,1], A[,2], pch = 21, cex = 1.5, lwd = 0.5, bg = "red")
```

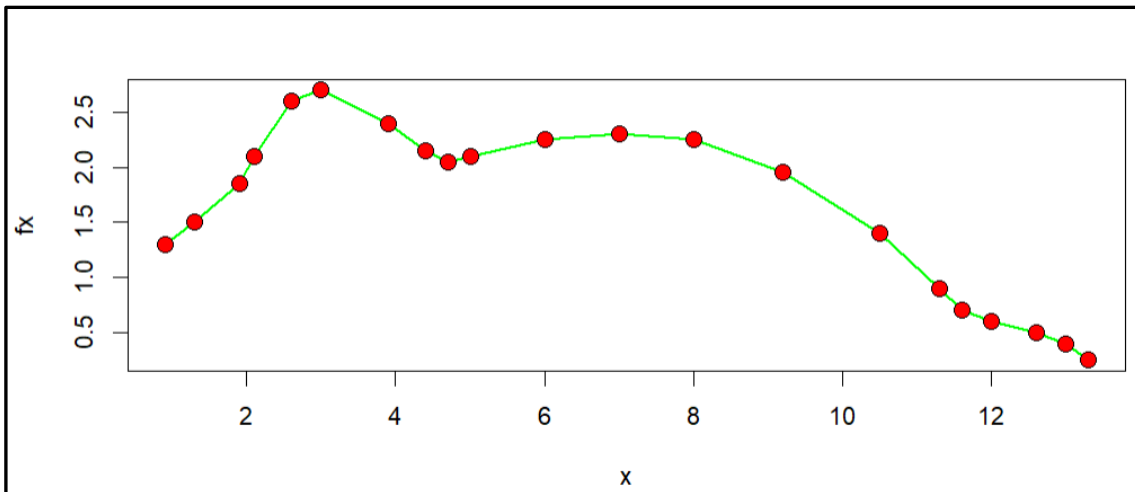


Figura 16 – Ploteo del lomo del pato con interpolación lineal entre puntos

Si se intenta la interpolación de dichos datos con el método de Newton, se produce el fenómeno de Runge de oscilación espuria.

```
interpNewton(A, 5.5, F, F, F, T)
```

Figura 17 – Interpolación de los datos del lomo del pato con el método de Newton

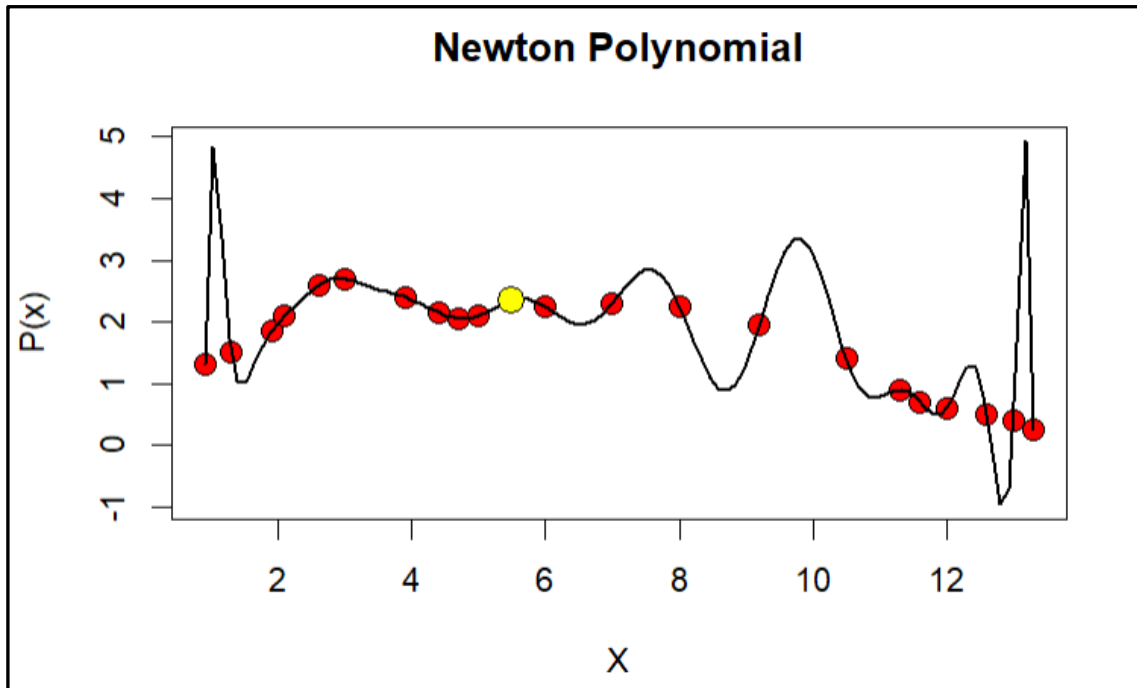


Figura 18 – Fenómeno de Runge (oscilación espuria)

Para este caso de curvas suaves es más adecuada la interpolación fragmentaria por Splines cúbicos.

```
SplinesNat(A,5.5,F,F,T)
```

Figura 19 – Interpolación de los datos del lomo del pato con el método de Splines cúbicos

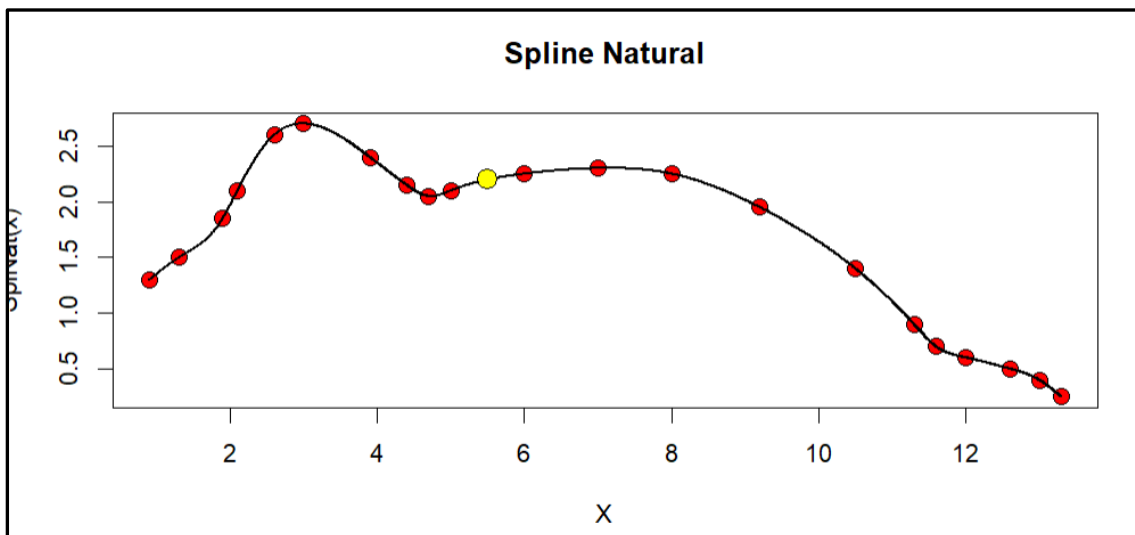


Figura 20 – Gráfico de la interpolación con el método de Splines cúbicos

Este método es otro de los que se enseñan en la materia. Consiste en trazar un polinomio cúbico entre cada par de puntos dato, asegurando la continuidad del trazado mediante la igualación de las derivadas primera (pendiente) y segunda (curvatura) para el polinomio que llega a cada punto y el polinomio que parte del mismo.

Es de señalar que cada programa, en principio, debería cargarse antes de su ejecución y queda guardado en el espacio de funciones, que se borra si uno “barre” lo que está cargado. Esta es otra de las razones por la que se ha decidido “paquetizar” los programas de modo que estén disponibles todos con solo cargar el paquete correspondiente y solo se necesite entonces invocar el comando.

Este paso ha consistido en agrupar los distintos programas en un paquete (package) de R que permite a los alumnos acceder a los mismos en forma sencilla desde un repositorio público.

La titulación en inglés tiene que ver con la idea de poner estos programas a disposición de un público más amplio.

El paquete se denomina “**Numerico**” y por lo pronto se lo ha cargado en el repositorio GitHub. Se están completando los requisitos para cargarlo en el repositorio CRAN

BIBLIOGRAFÍA:

Arzoumanian, R. (2002). *Temas del análisis numérico* [mimeo].

Burden, R., & Faires, D. (1998). *Análisis numérico*. International Thomson Editors.

Casparri, M. T., Fronti, J. G., & Krimker, G. (2022). *Notas de análisis numérico*.

APLICACIÓN DE HERRAMIENTAS DIGITALES PARA EL APRENDIZAJE DE CURVAS DE NIVEL Y GRÁFICAS DE FUNCIONES EN TRES VARIABLES

Mateo Bernardo Strada

59ST46442889@campus.economicas.uba.ar

Franco Agustín Korenfeld

27ko45321680@campus.economicas.uba.ar

Gina Elizabeth Marrazzo

27ma45207737@campus.economicas.uba.ar

Lucas Francisco Fava

05FA46287948@campus.economicas.uba.ar

Rita Beatriz Morrone

ritamorrone@economicas.uba.ar

Universidad de Buenos Aires, Facultad de Ciencias Económicas.

Palabras Clave: curvas de nivel, representación gráfica de funciones, Python, GeoGebra, TICS en educación.

RESUMEN EXTENDIDO

La enseñanza de la matemática aplicada en economía enfrenta un desafío pedagógico crítico, mientras los estudiantes adquieren habilidades para resolver ejercicios, muestran dificultades persistentes en la comprensión conceptual de los procesos matemáticos subyacentes. Esta brecha entre competencia operativa y comprensión teórica no solo afecta su rendimiento académico, sino que limita su capacidad para transferir conocimientos a contextos económicos reales, donde el análisis cuantitativo requiere tanto de precisión técnica como de interpretación económica.

Particularmente en el estudio de funciones multivariadas y curvas de nivel, se evidencia una dificultad sustancial en la transición desde el análisis unidimensional, dominado por los estudiantes, hacia la comprensión de representaciones tridimensionales y sus proyecciones bidimensionales. El alumnado logra ejecutar los pasos necesarios para llegar a graficar una curva de nivel, pero esta competencia mecánica y práctica ocurre aislada de la comprensión teórica de los fundamentos de los procedimientos. Esta limitación se origina en la falta de herramientas pedagógicas adecuadas para visualizar la relación entre superficies en 3 dimensiones y sus correspondientes curvas de nivel, lo cual conduce a un aprendizaje mecánico y descontextualizado que compromete la asimilación profunda de estos conceptos fundamentales para el análisis económico.

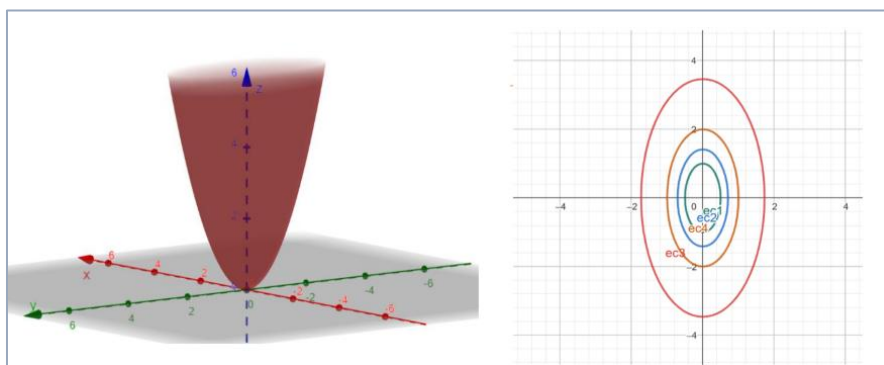
Como solución estratégica, se propone la implementación sistemática de entornos de geometría dinámica, particularmente GeoGebra y Google Colaboratory, que permiten superar estas barreras cognitivas mediante la visualización interactiva de objetos matemáticos. Estas plataformas tecnológicas facilitan la comprensión intuitiva de conceptos abstractos al transformarlos en entidades manipulables, donde los estudiantes pueden observar directamente cómo las variaciones paramétricas afectan las representaciones gráficas y sus proyecciones. Esta aproximación metodológica no solo mejora la retención conceptual, sino que además desarrolla habilidades de pensamiento espacial esenciales para el análisis económico.

Una ventaja de estos entornos digitales es su carácter gratuito y su accesibilidad desde cualquier dispositivo con conexión a internet. Esta condición propicia la equidad en el acceso, ya que brinda a todos los estudiantes la posibilidad de involucrarse activamente con su utilización tanto dentro como fuera del aula. Por otra parte, la apropiación temprana de estas herramientas no solo facilita el aprendizaje en el presente, sino que proporciona un recurso analítico que pueden continuar utilizando a lo largo de la carrera, en materias donde la matemática no constituye el eje central, pero su empleo sigue siendo fundamental como punto de partida para el abordaje riguroso de las problemáticas económicas.

El abordaje de esta propuesta consiste en utilizar los entornos de geometría dinámica en el procesamiento didáctico de las clases prácticas, mostrando cómo se utilizan y luego utilizando los resultados obtenidos en ellos para un análisis completo de cada uno de los ejercicios desarrollados. De esta manera, se logra un esquema de trabajo con una secuencia paso a paso en el proceso de hallar una curva de nivel de una función. A su vez, se optimiza el tiempo de clase que favorece el análisis conceptual profundo. En dicho análisis también se incorpora terminología de Ciencias Económicas y problemas con aplicación económica para enfatizar la importancia práctica que tienen los contenidos desarrollados a lo largo del curso.

La utilización de GeoGebra consiste en manipular la calculadora gráfica en simultáneo con la calculadora 3D, de manera tal que se puedan visualizar las funciones y sus curvas de nivel al mismo tiempo. Al utilizar simultáneamente las dos vistas, se evita la fragmentación que a menudo ocurre cuando se desarrollan didácticamente estas representaciones por separado, promoviendo una visión integrada del fenómeno matemático. Esto contribuye a construir un conocimiento más cohesivo y transferible a nuevos contextos. En el gráfico 1 se puede apreciar la visualización conjunta obtenida, la cual favorece la comprensión del tema.

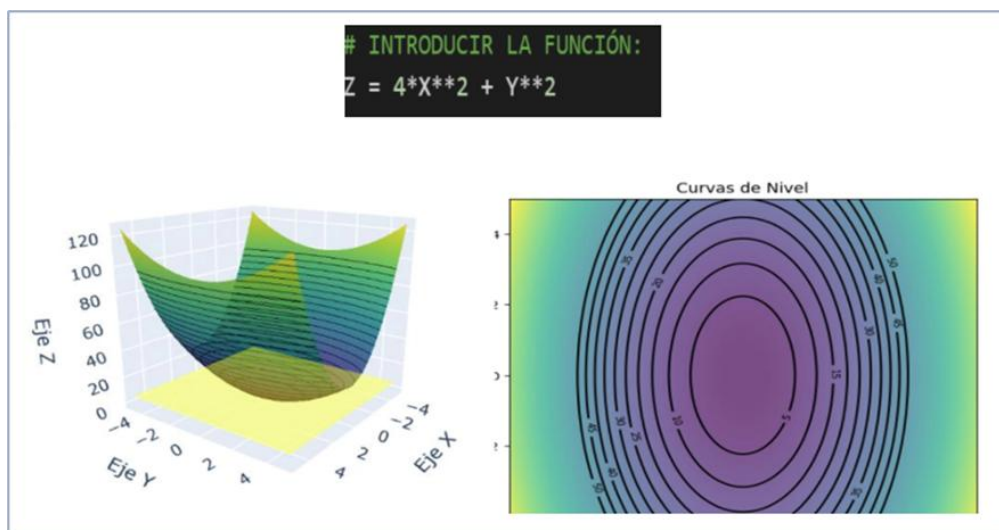
Gráfico 1 - Visualización simultánea de gráficas 2D y 3D con Geogebra



Complementando las visualizaciones llevadas a cabo en GeoGebra, se propone el uso de notebooks de Google Colaboratory que permite emplear códigos Python previamente desarrollados. Éstas, se ejecutan durante el desarrollo de la clase, previa lectura de datos de cada ejercicio específico de la guía de trabajos prácticos. Esto permite a los estudiantes no solo explorar visualmente los conceptos trabajados, sino también acceder al proceso computacional que lo hace posible mediante un lenguaje de programación. De manera complementaria, esta metodología despierta en muchos casos un interés genuino por la programación. En el gráfico 2 se expone la celda donde los estudiantes observan la función de entrada y las visualizaciones resultantes.

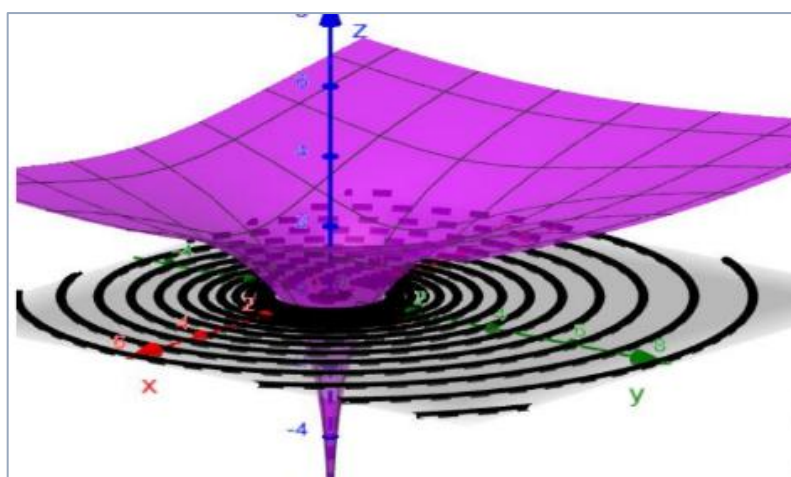


Gráfico 2 - Visualización en notebook de Google Colaboratory



Sumado a las dos aplicaciones propuestas exhibidas, existe una tercera opción que favorece aún más la comprensión visual: GeoGebra Classic. Esta última integra las funciones previamente mencionadas de Geogebra. Si bien su uso puede resultar más compleja inicialmente que el de las otras dos aplicaciones por separado, como ventaja, proporciona que los estudiantes puedan ver en solo una página ambas cosas: tanto el gráfico 3D por un lado, como sus respectivas curvas de nivel en un gráfico de dos variables. Así mismo, GeoGebra Classic permite generar una animación, la cual muestra rápidamente todas las curvas de nivel de una función con sus representaciones bidimensional y tridimensional aportando herramientas innovadoras a los docentes. Por el lado de los estudiantes, las clases toman un énfasis analítico favoreciendo el desarrollo cognitivo y despertando mayor interés. En el gráfico 3 se puede observar la visualización propuesta.

Gráfico 3 - Visualización con GeoGebra Classic



Resulta de suma importancia incorporar el uso de estas plataformas tecnológicas durante el tiempo de desarrollo de las clases, de modo que los estudiantes puedan observar en tiempo real el proceso completo de inserción y manipulación de objetos matemáticos, así como la ejecución de código. Esta modalidad favorece la comprensión de las herramientas y promueve una participación más activa, al incentivar que los alumnos planteen dudas y comentarios en el momento en que surgen. Por otro lado, se logra optimizar el tiempo destinado al análisis aplicado mejorando la articulación de conceptos matemáticos con funciones económicas relevantes.

Tanto los códigos ejecutados en clase como las gráficas de GeoGebra quedan a disposición de los estudiantes a través de enlaces incorporados al Campus de la asignatura junto al resto del material didáctico. Esto permite que el alumnado pueda recurrir a dichas herramientas fuera del espacio áulico, enfrentándose a nuevos ejercicios y problemáticas con un recurso adicional que provee autonomía durante sus horas de estudio. A su vez, se estimula la reproducción de códigos realizando cambios en las variables de entrada promoviendo un espacio de experimentación.

Como consecuencia de la integración de estas herramientas digitales, se observa un fortalecimiento progresivo de la intuición matemática por parte del alumnado a lo largo del dictado de la asignatura. Esto resulta especialmente valioso al abordar contenidos subsiguientes del programa, como el estudio de la convexidad de funciones, donde es fundamental que los estudiantes logren representar mentalmente las formas funcionales involucradas. En estos casos, y muchas veces de manera autónoma, los alumnos recurren al uso de GeoGebra y a la ejecución de códigos en Python como estrategias complementarias para el estudio, lo que evidencia una apropiación significativa de los recursos tecnológicos puestos a disposición. La incorporación de estas herramientas durante el dictado de las clases contribuye a dotarlas de un mayor dinamismo, funcionando como un recurso pedagógico complementario que permite sostener el interés y la atención del estudiantado a lo largo del desarrollo de los contenidos.

En conclusión, la incorporación de GeoGebra y Google Colaboratory a lo largo de la asignatura no solo cierra la brecha entre la ejecución mecánica de procedimientos y la comprensión teórica profunda, sino que también fortalece la capacidad de los estudiantes para transferir sus aprendizajes a contextos económicos reales. Al proporcionar al alumnado herramientas visuales e interactivas accesibles y gratuitas, se promueve una experiencia de aprendizaje más autónoma y continuada, que trasciende el espacio y el tiempo de la clase. Esta metodología facilita el desarrollo de habilidades de pensamiento espacial y analítico, imprescindibles para el abordaje riguroso de problemáticas económicas complejas, e incentiva el interés por la programación y el uso de recursos digitales. Un eje clave será avanzar en la producción de materiales didácticos interdisciplinarios y fomentar el uso crítico y creativo de estas tecnologías, asegurando su apropiación sostenida a lo largo de la carrera de grado.

BIBLIOGRAFÍA

Di Caro, H. A., & Gallego, L. B. (1999). *Análisis matemático II: Con aplicaciones a la economía*. Ediciones Macchi.

Chiang, A. C., & Wainwright, K. (2005). *Fundamental methods of mathematical economics* (4.^a ed.). McGraw-Hill Irwin.

GeoGebra. (2024). *Calculadora gráfica 3D de GeoGebra*. <https://www.geogebra.org/3d>

Google Colaboratory. (s.f.). *Entorno interactivo de programación en Python*. <https://colab.research.google.com/drive/1faPaIbd1SO5aggKibAaR5DrsocLREL14?usp=sharing>

NumPy Developers. (s.f.). *NumPy*. <https://numpy.org/>

Plotly Technologies Inc. (s.f.). *Plotly*. <https://plotly.com/>

The Matplotlib Development Team. (s.f.). *Matplotlib*. <https://matplotlib.org/>

EL MODELO SAMR APLICADO A LA ENSEÑANZA DEL TEST KRUSKAL- WALLIS

Liliana Gbersi
lgbersi@unsam.edu.ar

Universidad: Buenos Aires - Facultad: Ciencias Económicas -

Palabras Clave: Integración. Sustitución. Aumento. Modificación. Redefinición

RESUMEN EXTENDIDO

El modelo SAMR se ubica íntegramente en el área tecnológica, y consta de dos capas: *Mejora* por medio de la sustitución y el aumento, y *Transformación* por medio de la modificación y redefinición. El mencionado modelo, fue creado por el Dr. Rubén Puentedura en el año 2006, con motivo de integrar la tecnología en la educación.

El objetivo es la transmisión de conocimientos referidos al test no paramétrico Kruskal-Wallis, y a sus posibles aplicaciones en la actividad profesional.

Las *herramientas tecnológicas* elegidas para lograr el objetivo son la IA y la planilla de cálculo conjuntamente con el menú de funciones.

Por medio de la IA, se busca consolidar la modalidad de aula invertida, de manera tal que los alumnos exploren el tema fuera del aula. Para ello, se animará al grupo clase que acudan en forma individual o bien grupal, a consultar a los diversos algoritmos de IA que existen en los medios tecnológicos para generar un texto teórico; y, que apoyados en la guía que a tal efecto ha preparado el equipo docente reúnan suficiente información que les permita abordar criteriosamente el tema en cuestión (sustitución y aumento).

Por medio de la planilla de cálculo, se desea sumar los recursos del menú de funciones que el Excel pone a disposición, para evitar procesos operacionales tediosos y al mismo tiempo generar seguridad y confiabilidad en la información que se procesa y que surge principalmente de los datos observados. Ejemplo de todo ello son: la asignación de los rangos a los valores observados; las sumas de rangos por dimensiones predefinidas, ya sea que se presenten o no empates y; por último, la construcción del procedimiento generalizado con el propósito de obtener el valor observado del estadístico pertinente, y que será comparado con el valor teórico que surge del acceso a la función inversa de la distribución pertinente; conformando todos estos procesos un algoritmo reutilizable para otros procesos de la prueba (modificación y redefinición).

Como rasgo destacado, se considera un agregado que aporta valía a la propuesta, el uso de una paleta de colores para ponerla al servicio de la visualización de la distribución de rangos (modificación y redefinición) y, aplicar de manera recurrente e inteligente sobre los datos muestrales modificaciones a los efectos de simular casos predefinidos que apoyen la fuerza de la prueba.

El modelo SAMR de Rubén Puentedura puede aplicarse en la transmisión de **conocimientos conceptuales de estadística para mejorar su enseñanza**. Aquí algunas ideas sugeridas por Copilot y por la que suscribe:

- 1. Sustitución:** Usar hojas de cálculo en lugar de cálculos manuales para organizar datos estadísticos.
- 2. Aumento:** Implementar herramientas como Excel o Google Sheets con funciones avanzadas para gráficos y análisis estadístico.
- 3. Modificación:** Utilizar softwares especializados; como R o Python para realizar análisis más complejos y automatizar procesos o en diversas áreas de las ciencias para modificar miradas instaladas por la propia praxis y que no han sido debidamente actualizadas.



4. Redefinición: Crear simulaciones interactivas o modelos predictivos con inteligencia artificial para explorar tendencias y patrones en los datos.

ANÁLISIS DE VARIANZA UNIFACTORIAL POR RANGOS DE KRUSKAL-WALLIS

Esta es una prueba sumamente útil para decidir si k muestras independientes provienen de diferentes poblaciones. Prueba la hipótesis nula de que las k muestras provienen de la misma población o de poblaciones idénticas con la misma **mediana**. La prueba supone que las variables en estudio tienen la misma distribución y requiere que las variables se encuentren al menos, en escala ordinal.

Para realizar la prueba, se ordenan todas las observaciones más allá la muestra de la cual provengan y se les asigna rangos. Luego se generan las sumas de rangos para cada tratamiento y se calculan los promedios de rangos de los mismos; estos rangos promedios deberían ser aproximadamente los mismos si provienen de poblaciones con medianas iguales. La prueba de Kruskal- Wallis evalúa la diferencia entre los rangos promedios para determinar si son lo suficientemente dispares, de tal manera que no sea probable que las muestras hayan sido extraídas de la misma población. El criterio está dado por la siguiente relación:

$$KW = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^k n_i \bar{R}_i^2 - 3(N+1)$$

N : cantidad total de observaciones

n_i : cantidad de observaciones en el tratamiento i .

\bar{R}_i : promedio de los rangos del tratamiento i .

Cuando hay tres o más tratamientos y cuando el número de observaciones en cada tratamiento es mayor que cinco KW se aproxima a la distribución de χ^2 con $k-1$ grados de libertad. Si hubiera empates, corresponde realizar el ajuste que ya se ha aplicado en otras pruebas, quedando:

$$KW = \frac{\frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^k n_i \bar{R}_i^2 - 3(N+1)}{1 - \frac{\sum(t^3-t)}{N^3-N}}$$

Se desea analizar la igualdad de calificaciones medias que realizaron sobre cuatro productos, potenciales consumidores, con una perceptibilidad de 0,05 (no es posible suponer normalidad en las calificaciones).

Se han simulado tres casos, para presentar la idea fuerza de la propuesta didáctica. Para ello:

Se han asignado colores a las puntuaciones por producto, puesto que considero que este recurso visual, permite una mayor comprensión del test, ya que la visualización de la distribución conjunta de los colores en un espacio cuadrangular remite a la idea de concentración, homogeneidad, dispersión, heterogeneidad en la resultante intercalación de colores en el citado espacio cuadrangular. Para las situaciones simuladas, se ha tenido en cuenta el objetivo de comparación entre las resultantes de intercalación, para visualizar y asimismo profundizar la operatividad de la prueba, sin descuidar conceptos teóricos que abonan la fuerza del test, como por ejemplo el consignar el P-value para cada alternativa de la propuesta.



Mezcla/Intercalación de Colores y su análisis de distribución



CASO 3

Datos de Entrada:

PRODUCTO	PUNTUACIONES																\bar{x}_i
I	16	17	20	35	51	54	58	61									39
II	35	52	57	60	65	65	67	70	71	75	75	82					64,5
III	51	53	54	56	58	61	62	64	64	67	68	70	71	75	79		63,53
IV	59	61	67	70	75	78	83										70,43

Salida de Procesamiento:

Asignación de Rangos y Análisis de Empates con la Reasignación de Rangos

Puntuación Ordenada	16	17	20	35	35	51	51	52	53	54	54	56	57	58	58	59	60	61	61	61	62	64	64	65	65	67	67	68	70	70	70	71	71	75	75	75	75	78	79	82	83	Suma Rango	905		
Rango	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	905
R. Ajustado Empates	1	2	3	4,5	4,5	6,5	6,5	8	9	10,5	10,5	12	13	14,5	15,5	16	17	19	19	19	21	22,5	22,5	24,5	24,5	27	27	27	29	31	31	31	33,5	33,5	36,25	36,25	36,25	36,25	39	40	41	42	905		
Rangos/Producto	1	2	3	4,5	6,5	10,5	14,5	19	4,5	8	13	17	24,5	24,5	27	31	33,5	36,25	36,25	41	6,5	9	10,5	12	15,5	19	21	22,5	22,5	27	29	31	33,5	36,25	40	16	19	27	31	36,25	39	42	905		

Generación de información para obtener el Valor Observado de K-W

Producto							
I		II		III		IV	
Puntuación	Rango	Puntuación	Rango	Puntuación	Rango	Puntuación	Rango
16	1	35	4,5	51	6,5	59	16
17	2	52	8	53	9	61	19
20	3	57	13	54	10,5	67	27
35	4,5	60	17	56	12	70	31
51	6,5	65	24,5	58	15,5	75	36,25
54	10,5	65	24,5	61	19	78	39
58	14,5	67	27	62	21	83	42
61	19	70	31	64	22,5	TIV	210,25
TI	61	71	33,5	64	22,5	nIV	7
nI	8	75	36,25	67	27	TV ²	44205,0625
TI ²	3721	75	36,25	68	29		
		82	41	70	31		
		TII	296,5	71	33,5		
		nII	12	75	36,25		
		TII	87912,25	79	40		
				TIII	335,25		
				nIII	15		
				TII ²	112392,563		
n=	42						



Valores: Observado, Teórico, P-Value

$KW = \frac{12}{n(n+1)} \sum_{i=1}^r \frac{T_i^2}{n_i} - 3(n+1)$							
T_I^2	3721	T_{II}^2	87912,25	T_{III}^2	112392,563	T_V^2	44205,0625
		KW _{obs} =	14,5148988	KW _{cri} , 0,05=	7,8147279		
Se Rechaza la Hipótesis Igualdad de Media de Puntuaciones de Productos							
				PVALUE=	0,00228183		

Mezcla/Intercalación de Colores y su análisis de distribución



Y para finalizar, se presentan ordenadas por número de caso, las distribuciones pictóricas, a los



efectos de facilitar el proceso comparativo entre los tres casos. Cabe recordar, que en los dos primeros casos se retiene la hipótesis nula, y que en el caso dos, el valor observado es semejante el valor crítico; y que en el caso tres, se rechaza la hipótesis nula.



Conclusión:

Agregar recursos no habituales la práctica docente, estimula la participación activa y reflexiva de todos los integrantes del grupo clase, incluido el cuerpo docente, y se desarrollan nuevas habilidades y capacidades, y se potencia la colaboración de todos los actores

Nota Aclaratoria

El factor de corrección de empates: frecuentemente es despreciable. Si menos del 25% presentan empates raramente modifican la probabilidad del valor observado del K-W

$$FCE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^g (t_i^3 - t_i)}{N^3 - N}$$

donde:

- N : número total de observaciones.
- g : cantidad de grupos de empates.
- t_i : número de observaciones empatadas dentro del grupo i .

BIBLIOGRAFÍA

García-Utrera, L., Figueroa-Rodríguez, S., & Esquivel-Gámez, I. (2014). Modelo de Sustitución, Aumento, Modificación y Redefinición (SAMR): Fundamentos y aplicaciones. En *Los modelos tecno-*

educativos: Revolucionando el aprendizaje del siglo XXI (pp. 205–220). DSAE–Universidad Veracruzana ISBN: 978-1-312-90072-1

Gherzi, L. (2025). *Curso de Métodos Cuantitativos Aleatorios*. Instituto Universitario River Plate (IURP).

Puentedura, R. R. (2014). *SAMR in the classroom*.
<http://www.hippasus.com/rrpweblog/archives/2014/08/27>



APRENDER ANÁLISIS MATEMÁTICO CON PYTHON

Silvia Vietri
silvia.vietri@gmail.com

Silvina Del Duca
silvinadelduca@gmail.com

Facultad de Ciencias Económicas. Universidad de Buenos Aires

Palabras Claves: Python, visualización, cálculo

RESUMEN EXTENDIDO

Introducción

Uno de los mayores desafíos en la enseñanza de materias que corresponden a carreras de grado en la universidad es motivar a las y los estudiantes a que se interesen en lo que aprenden.

Es por esto por lo que, además de transmitir los contenidos propios de la asignatura, en particular en Análisis Matemático materia en la que trabajamos, nos parece interesante incorporar en forma progresiva herramientas tecnológicas que estén al alcance de los alumnos, para que verifiquen resultados a los que pueden llegar manualmente y visualicen propiedades de forma sencilla.

Como sabemos, el Análisis Matemático, es una rama de la Matemática que se enfoca en el estudio de funciones, cálculo de límites, derivadas, integrales y series infinitas.

Si bien existen distintas opciones de software para utilizar a la hora de resolver problemas relacionados con el cálculo diferencial e integral, Python es un software libre y constituye una herramienta poderosa para aplicar conceptos de Análisis Matemático, debido a las bibliotecas de las que dispone y a la facilidad de su uso.

En este trabajo presentaremos algunas bibliotecas disponibles en Python y su campo de aplicación, exponiendo algunos ejemplos sencillos en los que se utiliza el software.

En lo relativo al cálculo diferencial, inicialmente mostraremos el uso de la biblioteca *SymPy* para calcular la expresión de la derivada de una función, luego utilizaremos la biblioteca *Matplotlib* para graficar funciones y sus derivadas, mejorando así la interpretación visual de los cambios de signo de la función derivada y la existencia de puntos críticos empleados en problemas de optimización.

A continuación, citaremos el uso de la biblioteca *SymPy* para calcular integrales definidas e indefinidas, para el polinomio de Taylor de una función y para la suma de una serie geométrica, incluyendo ejemplos.

Sabemos que comprender el Análisis Matemático es crucial para diversas disciplinas, entre ellas todas las relacionadas con las ciencias económicas, y consideramos que, si bien es esencial entender cada contenido, la aplicación de software puede entusiasmar a las y los estudiantes y aumentar el interés en el aprendizaje.

Ejemplos de aplicación utilizando Python

Ejemplo 1: Cálculo de la derivada de una función de una variable

Hallar la expresión de la derivada de

$$f(x) = 5 \cdot \cos^3(x^4 + 2x)$$

Para resolver, se puede utilizar la biblioteca *SymPy* a partir del comando ***diff(f(x), x)***

El código en Python para hallar derivadas de una función es el siguiente:

```
# Código  
from sympy import *
```



Definir la variable y la función

```
x = symbols('x')
f = 5 * cos(x**4 + 2*x)**3
```

Calcular la derivada

```
derivada = diff(f, x)
print("La derivada de f(x)es:",derivada)
```

La derivada de f(x) es: $-15*(4*x**3 + 2) * \sin(x**4 + 2*x)* \cos(x**4 + 2*x)**2$

Ejemplo 2: Representación gráfica de una función de una variable y de su respectiva función derivada

La biblioteca *Matplotlib* disponible en Python, es útil para graficar funciones y sus derivadas mejorando la interpretación visual.

Las visualizaciones interactivas permiten también explorar cómo cambia la expresión y el gráfico de las derivadas con diferentes parámetros.

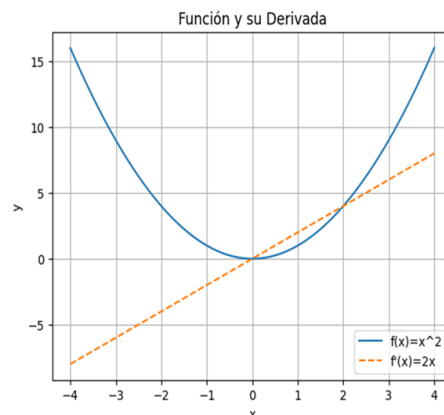
a) Representar en el mismo gráfico la función

$$f(x) = x^2 \quad \text{y su derivada} \quad f'(x) = 2x$$

El código en Python es:

```
import matplotlib
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
# Valores de x
x=np.linspace(-4,4,100)
# Función y su derivada
y=x**2
dy=2*x
# Graficar la función y su derivada
plt.plot(x,y,label='f(x)=x^2')
plt.plot(x,dy,label="f'(x)=2x",
linestyle='--')
plt.title('Función y su Derivada')
plt.xlabel('x')
plt.ylabel('y')
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.show()
```

Figura 1



b) Representar la función y su derivada con el objetivo de visualizar cómo varía el valor de la derivada en cada punto



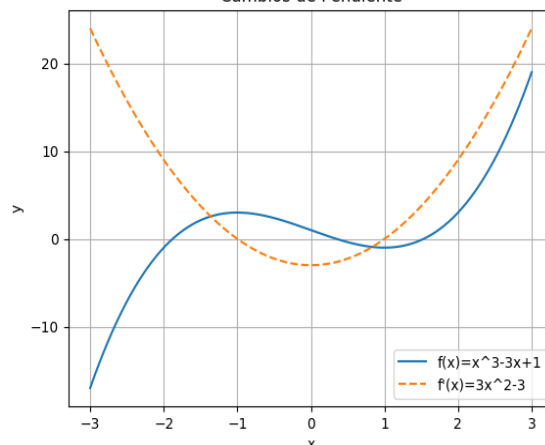
$$f(x) = x^3 - 3x + 1 \text{ y su derivada } f'(x) = 3x^2 - 3$$

El código en Python es el siguiente:

```
# Código para observar cambios de pendiente:
# Valores de x
x=np.linspace(-3,3,400)
# Función y su derivada
y=x**3-3*x+1
dy=3*x**2-3
# Graficar la función y su derivada
plt.plot(x,y,label='f(x)=x^3-3x+1')
plt.plot(x,dy,label="f'(x)=3x^2-3",linestyle='--')
plt.title('Cambios de Pendiente')
plt.xlabel('x')
plt.ylabel('y')
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.show()
```

Figura 2

Cambios de Pendiente



Ejemplo 3: Estudio de una función de una variable

Para hacer el estudio de una función y su gráfico, Python dispone de las bibliotecas *Numpy*, *Matplotlib* y *SymPy*. En particular con la biblioteca *Matplotlib* se logra:

- Interpretar puntos críticos y su significado en la geometría de la curva observando los cambios de pendiente.
- Generar visualizaciones que permitan identificar máximos, mínimos y puntos de inflexión.

Veamos un ejemplo: calcular los extremos, puntos de inflexión y graficar la función

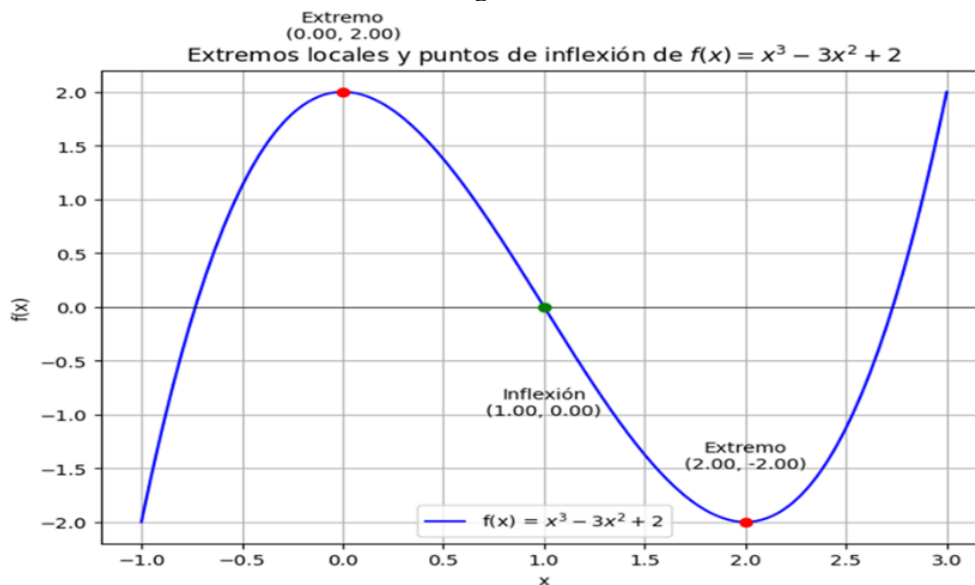
$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$$

El código en Python es:

```
import numpy as np
```

```
import matplotlib.pyplot as plt
from sympy import symbols, diff, solve
x = symbols('x')
f = x**3 - 3*x**2 + 2
f_prime = diff(f, x)
f_double_prime = diff(f_prime, x)
# Resolver f'(x) = 0 y f''(x) = 0
critical_points = solve(f_prime, x)
inflection_points = solve(f_double_prime, x)
# Convertir a valores numéricos para graficar
critical_points_vals = [float(p) for p in critical_points]
inflection_points_vals = [float(p) for p in inflection_points]
# Crear una función evaluable en numpy
f_np = lambda x: x**3 - 3*x**2 + 2
# Crear los datos para el gráfico
x_vals = np.linspace(-1, 3, 200)
y_vals = f_np(x_vals)
plt.figure(figsize=(8,6))
plt.plot(x_vals, y_vals, label='f(x) = $x^3 - 3x^2 + 2$', color='blue')
plt.axhline(0, color='black', linewidth=0.5)
```

Figura 3



Ejemplo 4: Cálculo de primitivas

Para hallar integrales definidas e indefinidas Python dispone de la biblioteca *SymPy* y *SciPy*.

La biblioteca *SciPy* permite resolver integrales numéricas y también resuelve problemas de aplicación en los que intervienen integrales.

Veamos un ejemplo: calcular una primitiva de la función



$$f(x) = \frac{1}{(x+1) \cdot (x+2)}$$

mediante el método de *fracciones simples*.

El código en Python para resolver la primitiva es el siguiente:

```
from sympy import symbols, integrate
# Definir la variable simbólica x
x = symbols('x')
# Expresión para la integral que se resuelve por fracciones simples
expr = 1 / ((x+1)*(x+2))
# Calcular la integral
integral_result = integrate(expr, x)
# Mostrar el resultado de la integral
print(integral_result)
log(x + 1) - log(x + 2)
```

Ejemplo 5: Cálculo de polinomio de Taylor

Como sabemos los polinomios de Taylor facilitan la aproximación de funciones complejas, aplicándose, entre otros casos, en análisis numérico y en la solución de ecuaciones diferenciales. Python permite calcular Polinomios de Taylor usando *SymPy*

Veamos un ejemplo: calcular el *Polinomio de Taylor* de grado cuatro de la función

$$f(x) = \sin(x)$$

alrededor de $x = 0$ (Polinomio de Mac Laurin)

```
# Código en Python para Polinomio de Taylor
from sympy import symbols, sin, series
x = symbols('x')
taylor = series(sin(x), x, 0, 5)
print(taylor)
x - x**3/6 + O(x**5)
```

Ejemplo 6: Cálculo de la suma de una serie geométrica

Las series geométricas son sumas de términos con una razón constante entre ellos. Entre otras aplicaciones, las series geométricas se presentan en el área de las finanzas para calcular valores presentes y futuros de inversiones. Con la biblioteca *SymPy* se puede trabajar con series geométricas, calculando sus sumas y analizando convergencia.

Veamos un ejemplo: calcular la suma de la serie geométrica

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

Para esta serie

$$a_1 = 1 \quad y \quad r = 1/2 \quad y \quad la \quad suma \quad es \quad S = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2$$

El código en Python es:



```
from sympy import symbols, summation, S, oo
n=symbols('n', integer=True)
a=S(1)/2
series_sum=summation(a**n, (n, 0, oo))
print(series_sum)
2
```

Consideraciones finales

Como vimos, el software Python permite resolver diversos casos relacionados con el cálculo diferencial e integral, sin embargo, se cuenta con libros recomendados y cursos en línea para profundizar en el análisis matemático.

Así también existen comunidades y foros en línea para resolver dudas y compartir conocimientos y proyectos prácticos para aplicar conceptos aprendidos en situaciones reales.

BIBLIOGRAFÍA

Báez López, D., Cervantes Villagómez, O., Arízaga Silva, J., & Castillo Juárez, E. (2017). *Python con aplicaciones a las matemáticas, ingeniería y finanzas*. Alfaomega.

Bianco, M. J., García, R. A., & Zorzoli, G. (2001). *Análisis matemático: Notas de teoría y práctica*. Eudeba.

Chiang, A. C. (2006). *Métodos fundamentales de economía matemática* (4.^a ed.). McGraw-Hill/Interamericana.

VanderPlas, J. (2017). *Python data science handbook: Essential tools for working with data*. O'Reilly Media.



ÁREA TEMÁTICA III

Aportes y propuestas interdisciplinarias mediante el uso de tecnología.

FACTORES CONDICIONANTES EN LA SUPERVIVENCIA DE LAS MIPYMES INDUSTRIALES ARGENTINAS: UN ANÁLISIS DE UNA ENCUESTA PYME 2019-2023

Antomarione Thiago
thiagoantomarione@economicas.uba.ar
Rita Beatriz Morrone
ritamorrone@hotmail.com

Universidad de Buenos Aires, Facultad de Ciencias Económicas.

Palabras Clave: MiPyMES – Encuestas Pymes - Análisis de datos – Regresión Logística – Machine Learning.

RESUMEN EXTENDIDO

En nuestro país, las micro, pequeñas y medianas empresas (MiPyMES) desempeñan un papel fundamental en la economía argentina, representando aproximadamente el 99% de las empresas del país y generando más del 60% de los puestos de trabajo en el sector formal. Estas empresas son esenciales no solo para la creación de empleo, sino también para la innovación y el dinamismo económico en diversos sectores productivos. Sin embargo, entre 2019 y 2023, estas empresas se han enfrentado a una serie de desafíos significativos que han puesto en tensión tanto su operatividad como su sostenibilidad a largo plazo. Este periodo ha estado marcado por un contexto macroeconómico particularmente complejo, caracterizado por la alta volatilidad, la inflación elevada y los efectos derivados de la pandemia de COVID-19. Estos factores han repercutido negativamente en la demanda de bienes y servicios, limitado el acceso al financiamiento y afectando las cadenas de suministro, lo que ha generado dificultades adicionales para las MiPyMES.

Este trabajo buscó determinar los factores que influyen en la supervivencia de las MiPyMES industriales argentinas, analizando su comportamiento en tiempos de crisis y las estrategias que han implementado para adaptarse y sobrevivir en un entorno económico tan desafiante. Los datos utilizados para el análisis provienen de la "Encuesta Pyme", realizada trimestralmente por la Asociación de Empresarios y Empresarias Nacionales para el Desarrollo Argentino (ENAC).

En este análisis se identificaron diversos factores que inciden en la supervivencia de las empresas. Uno de los principales es la *antigüedad* en el mercado: aquellas con más de 15 años de trayectoria demostraron una mayor capacidad de adaptación frente a cambios y desafíos del entorno. Asimismo, las empresas de *mayor tamaño* presentaron resultados por encima del punto de equilibrio, lo que refleja una estructura operativa más robusta. Este desempeño vino acompañado por el *acceso a fondos propios y al mercado de crédito*: las compañías grandes contaban con una sólida capitalización y una reputación favorable, lo que les permitió obtener

los recursos necesarios para realizar inversiones sostenidas y estratégicas. Por otro lado, las empresas de menor tamaño y de poco reconocimiento no lograban obtener acceso al crédito y en el caso de hacerlo la tasa de interés era mayor a la de una empresa grande.

Otro factor decisivo fue una *gestión estratégica adecuada*. Estas empresas mostraron una rápida recuperación tras la crisis del COVID-19, enfocando sus inversiones en áreas clave, estableciendo objetivos claros y desarrollando nuevos productos, lo que les permitió adaptarse con agilidad al nuevo entorno económico.

A partir de los factores que se han identificado, se propone un modelo basado en técnicas de *machine learning*, específicamente una regresión logística, para analizar la probabilidad de adaptabilidad de las empresas. El modelo utiliza datos correspondientes al año 2022, un período en el cual el país se encontraba en una etapa de recuperación económica. Este tipo de regresión resulta adecuada para este análisis, ya que permite predecir la probabilidad de que una variable categórica dependiente adopte un determinado valor, en función de una o más variables independientes. En este caso, la variable dependiente se denomina “SE ADAPTA”, y se define en función de la rentabilidad trimestral en equilibrio o positiva.

Las variables independientes seleccionadas para el modelo fueron: Capacidad operativa, Volumen de ventas trimestral y Endeudamiento, con el objetivo de evaluar cómo influyen en la capacidad de adaptación y en la supervivencia de las empresas. Los resultados del modelo de regresión logística indican que las variables volumen de ventas y endeudamiento resultaron estadísticamente significativas para explicar la adaptabilidad de las empresas. En cambio, la variable capacidad operada no mostró una relación significativa con la variable dependiente. El modelo demuestra un buen nivel de ajuste, explicando aproximadamente el 53 % de la variabilidad en la adaptabilidad empresarial a partir de las variables seleccionadas, lo cual respalda su validez para este tipo de análisis.

Ilustración 1: Regresión Logística para el año 2022

```

Optimization terminated successfully.
Current function value: 0.283115
Iterations 8

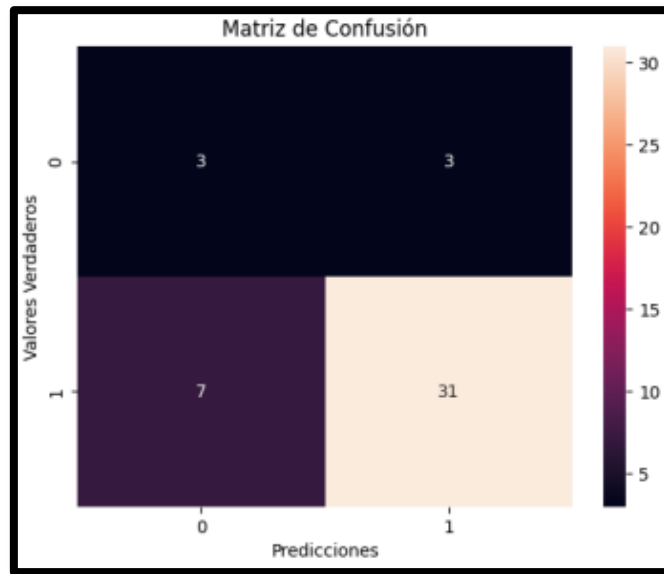
Logit Regression Results
-----
Dep. Variable:      Se adapta      No. Observations:      102
Model:              Logit          Df Residuals:          98
Method:             MLE           Df Model:              3
Date:               Wed, 27 Nov 2024   Pseudo R-squ.:         0.5258
Time:               08:22:54       Log-Likelihood:        -28.878
converged:          True           LL-Null:               -60.892
Covariance Type:    nonrobust      LLR p-value:           8.092e-14
-----
                coef      std err      z      P>|z|      [0.025      0.975]
-----
const           0.4688      0.990      0.474      0.636     -1.471     2.408
Capacidad Operativa  0.0095      0.017      0.562      0.574     -0.024     0.043
Volumen Ventas Trimestral  0.1116      0.024      4.579      0.000      0.064     0.159
Endeudamiento   -2.3214      0.776     -2.990      0.003     -3.843     -0.800
    
```

Fuente: Elaboración propia basado en datos de la “Encuesta Pyme” trimestral de ENAC 2022

Para evaluar el desempeño del modelo, se utilizó la matriz de confusión, herramienta fundamental en problemas de clasificación supervisada. Esta matriz compara las predicciones del modelo con los valores reales observados para cada clase, permitiendo identificar la cantidad de aciertos y errores. A través de esta herramienta, se puede observar con mayor precisión la capacidad predictiva del modelo y su eficacia para clasificar correctamente los casos en función de la variable “SE ADAPTA”.



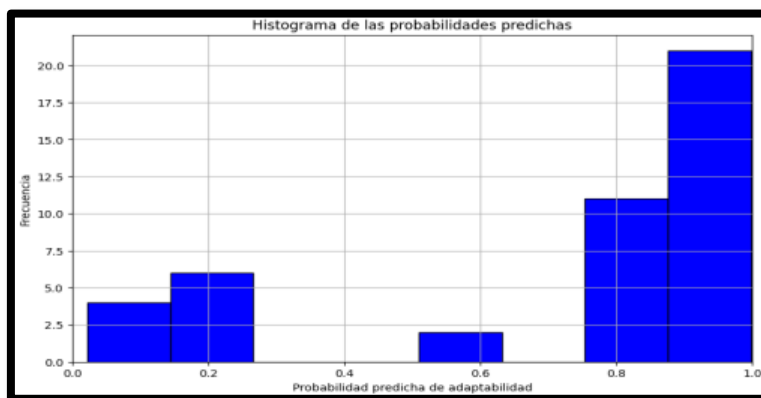
Ilustración 2: Matriz de Confusión del modelo



Fuente: Elaboración propia basado en datos de la “Encuesta Pyme” trimestral de ENAC 2022

El modelo utilizado tiene un rendimiento razonable, con una precisión de aproximadamente 77.3% y una buena capacidad para identificar correctamente las instancias de la clase positiva, con un recall de aproximadamente 81.6%. Para finalizar, se utilizó un histograma de probabilidades predichas con el objetivo de visualizar la distribución de las probabilidades generadas por el modelo de clasificación. Este gráfico permite observar cómo el modelo asigna diferentes niveles de probabilidad a cada observación en relación con su capacidad de adaptación. En el histograma se evidencia una distribución asimétrica, con una concentración significativa de probabilidades en los rangos más altos. Esto indica que el modelo tiende a predecir, en la mayoría de los casos, una alta probabilidad de adaptabilidad, lo que sugiere que, según las variables consideradas, la mayoría de las empresas analizadas son clasificadas como adaptables.

Ilustración 3: Histograma de probabilidades predichas de la regresión



Fuente: Elaboración propia basado en datos de la “Encuesta Pyme” trimestral de ENAC 2022

En conclusión, el estudio evidencia que la antigüedad en el mercado, el volumen de ventas y el nivel de endeudamiento son factores clave en la adaptabilidad de las MiPyMES industriales argentinas frente a contextos económicos adversos. La regresión logística permitió identificar que las empresas con mayor trayectoria y una gestión estratégica efectiva tienen más posibilidades de sostenerse y crecer a largo plazo. Estos hallazgos refuerzan la necesidad de diseñar políticas públicas que impulsen su desarrollo y fortalezcan su capacidad de respuesta ante futuras crisis. En futuros trabajos se buscará profundizar en la gestión estratégica de los gerentes, los motivos por los cuales ciertas empresas pequeñas no tienen acceso al crédito bancario, así también como el estado de situación de las empresas durante 2024, año de recesión y caída de la actividad.

BIBLIOGRAFÍA

Couselo, R., Williams, E. A., Pendón, M. M., & Cibeira, N. (2018). *Estructura de financiamiento de pymes industriales argentinas*. III Congreso Internacional en Supply Chain Management en una Economía Global (CISCM 2018), Bogotá, Colombia, 29–30 de octubre de 2018. <http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/74867>

Cowling, M., Liu, W., & Ledger, A. (2012). Small business financing in the UK before and during the current financial crisis. *International Small Business Journal*, 30, 778–800. <https://doi.org/10.1177/0266242611435516>

Honorable Senado de la Nación. (s.f.). *Impacto económico y social de las MiPyMES en Argentina*. Recuperado el 7 de octubre de 2024, <https://www.senado.gob.ar/prensa/21505/noticias?verNoticia>

Kosacoff, B. (1993). *La industria argentina: Un proceso de reestructuración desarticulada*. CEPAL. <https://hdl.handle.net/11362/2747>

SIMULACIÓN PRÁCTICA DE MODELOS ECONÓMICOS. LA IA COMO RECURSO EN LA ENSEÑANZA MATEMÁTICA

Martín González⁸
martingonzalezabcd@gmail.com

Tomás Rodríguez Trilnik¹
trtrilnik@gmail.com

Franco Fasciglione¹
francofasciglione@gmail.com

Candela Cafiel⁹
candelacafiel2@gmail.com

Francisco Caserio¹⁰
caseriofrancisco@gmail.com

Gustavo Ynoub¹
gusynoub@yahoo.com.ar

Beatriz Lupín¹²
beatrizlupin@gmail.com

Asignatura "Matemática para Economistas II", FCEyS-UNMDP

Palabras Clave: Demanda y Oferta Agregadas – ChatGPT – Curva de Phillips – Ley de Okun – ecuaciones en diferencias finitas

RESUMEN EXTENDIDO

El objetivo general de la propuesta es explorar el potencial de la IA como herramienta educativa para el abordaje responsable, creativo y ágil de problemáticas vinculadas al programa de la Asignatura "Matemática para Economistas II", la que se dicta a los estudiantes de tercer año de la Carrera Licenciatura en Economía de la Facultad de Ciencias Económicas y Sociales-Universidad Nacional de Mar del Plata. De esta manera, la principal ventaja de la ejercitación radica en la implementación cautelosa de la IA, bajo el marco de las teorías macroeconómica y matemática.

Se analiza el modelo dinámico presentado por Blanchard *et al.* (2012), capítulos 9 y 10, quinta edición. Dicho modelo articula cuatro relaciones macroeconómicas fundamentales: la demanda agregada (DA), la oferta agregada (OA), la Ley de Okun (LO) y la Curva de Phillips (CP). Este enfoque permite estudiar cómo se ajusta la economía ante perturbaciones, mostrando la interacción entre expectativas, política económica y ciclos. Así, se comprende la transición del corto al mediano plazo, donde la producción converge hacia su nivel natural y la inflación hacia una tasa constante. Desde una perspectiva matemática, el modelo resulta pertinente para trabajar con ecuaciones en diferencias (Arya *et al.*, 2009; Budnick, 1996; Chiang & Wainwright, 2008; Haeussler *et al.*, 2008). El enfoque que adopta el modelo implica que las variables se analizan en función de sus cambios entre períodos consecutivos, en lugar de estudiar sus niveles en un único punto temporal. De este modo, se capta la dinámica gradual del ajuste económico, donde las variables no alcanzan un equilibrio de manera instantánea, sino que evolucionan de manera

⁸Estudiante Avanzado Carrera Licenciatura en Economía. Docente de la Asignatura.

⁹Estudiante Avanzada Carrera Licenciatura en Economía.

¹⁰Estudiante Avanzado Carrera Licenciatura en Economía.

¹¹Licenciado en Economía. Docente de trabajos prácticos de la Asignatura.

¹²Licenciada en Economía. Especialista en Docencia Universitaria. Profesora Adjunta Responsable de la Asignatura e Investigadora, FCEyS-UNMDP.

progresiva. En definitiva, se trata de procesos de ajuste dinámico intertemporal y de aproximaciones finitas, describiendo cómo las decisiones adoptadas en el presente, afectan las condiciones en el futuro.

Fundamentalmente, se examinan dos variables, “producción” y “nivel de precios”, mediante la interacción entre la OA y la DA. La primera responde a las variaciones de precios, salarios y expectativas. Su pendiente depende de la rigidez de precios y de salarios en el corto plazo. Por su parte, la segunda representa la relación entre nivel de producción, cantidad real de dinero, gasto público e impuestos, fundada en el equilibrio de los mercados de bienes y financiero. Su evolución está determinada, principalmente, por el ingreso disponible y la política monetaria.

De esta manera, se inicia el análisis expresando a la DA como una sencilla relación lineal directa entre el nivel de producción y los saldos reales monetarios, sustentada en el equilibrio de los mercados de bienes y financiero:

$$Y_t = \gamma (M_t / P_t)$$

Donde: Y_t = producción en el período t , M_t = oferta monetaria en el período t , P_t = nivel general de precios en el período t , γ = parámetro, > 0 .

[01]

La demanda de bienes es proporcional a la oferta real de dinero, subyaciendo el mecanismo IS-LM. Lo anterior, significa que, al incrementarse los saldos reales, baja el tipo de interés, aumentando la demanda de bienes y, por ende, la producción.

Ahora bien, la relación anterior es entre “niveles”, debiéndose pasar a “tasas”. Como la variable “ Y ” es igual a un cociente constante entre dos variables, entonces, su tasa es la diferencia de las tasas de dichas variables:

$$g_{yt} = g_{mt} - \pi_t$$

Donde: g_{yt} = tasa crecimiento de la producción en el período t , g_{mt} = tasa crecimiento de la oferta monetaria en el período t , π_t = tasas de inflación en el período t .

[02]

Luego, se incorpora la Ley de Okun (LO, 1962), vale decir, la relación empírica entre el crecimiento de la producción y la variación del desempleo. Cuantifica cuánto crecimiento adicional se necesita para generar una mejora en el empleo.

$$u_t - u_{t-1} = -\beta (g_{yt} - g_y^-)$$

Donde: u_t = tasa de desempleo en el período t , u_{t-1} = tasa de desempleo en el período anterior, β = sensibilidad del desempleo a cambios en el crecimiento, g_{yt} = crecimiento de la producción en el período t , g_y^- = tasa normal de crecimiento –mantiene el desempleo constante–.

[03]

Por último, se toma la Curva de Phillips (CP, 1958) –y la OA–, que establece que el mercado laboral influye sobre la dinámica inflacionaria de manera inversa. Así, la próxima igualdad vincula la variación de la tasa de inflación y la desviación de la tasa de desempleo respecto a la tasa de desempleo NAIRU:

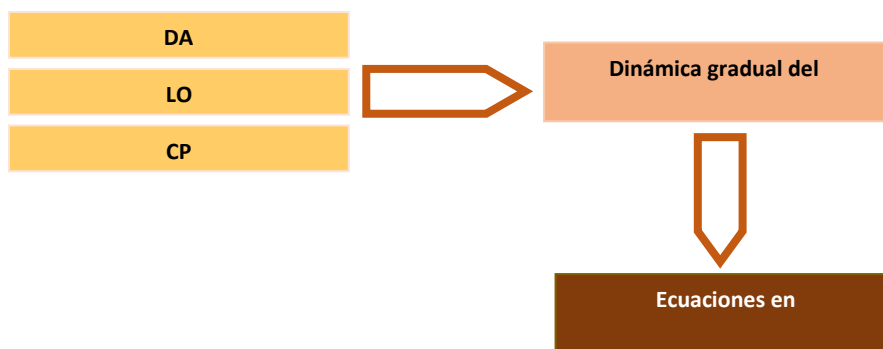
$$\pi_t - \pi_{t-1} = -\alpha (u_t - u_n)$$

Donde: π_t = inflación en el período t , π_{t-1} = inflación en el período anterior, α = sensibilidad de la inflación a cambios en el desempleo, u_t = tasa de desempleo en el período t , u_n = tasa de desempleo NAIRU.

[04]

Seguidamente, la Figura 1 permite observar el modelo esquemáticamente:

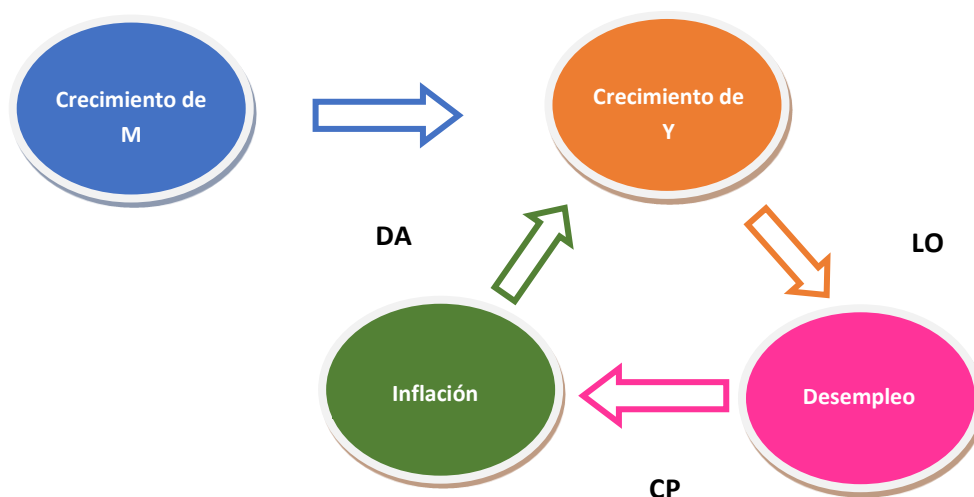
Figura 1: Esquema del modelo



Fuente: elaboración propia.

El aumento de la cantidad nominal de dinero y la inflación determinan, a través de la DA, el crecimiento de la producción. A su vez, el crecimiento de la producción establece, mediante la LO, la variación del desempleo. Por último, la variación del desempleo define, por la CP, la variación de la inflación. (Figura 2)

Figura 2: Dinámica del modelo



Fuente: elaboración propia en base a Blanchard *et al.* (*op. cit.*).

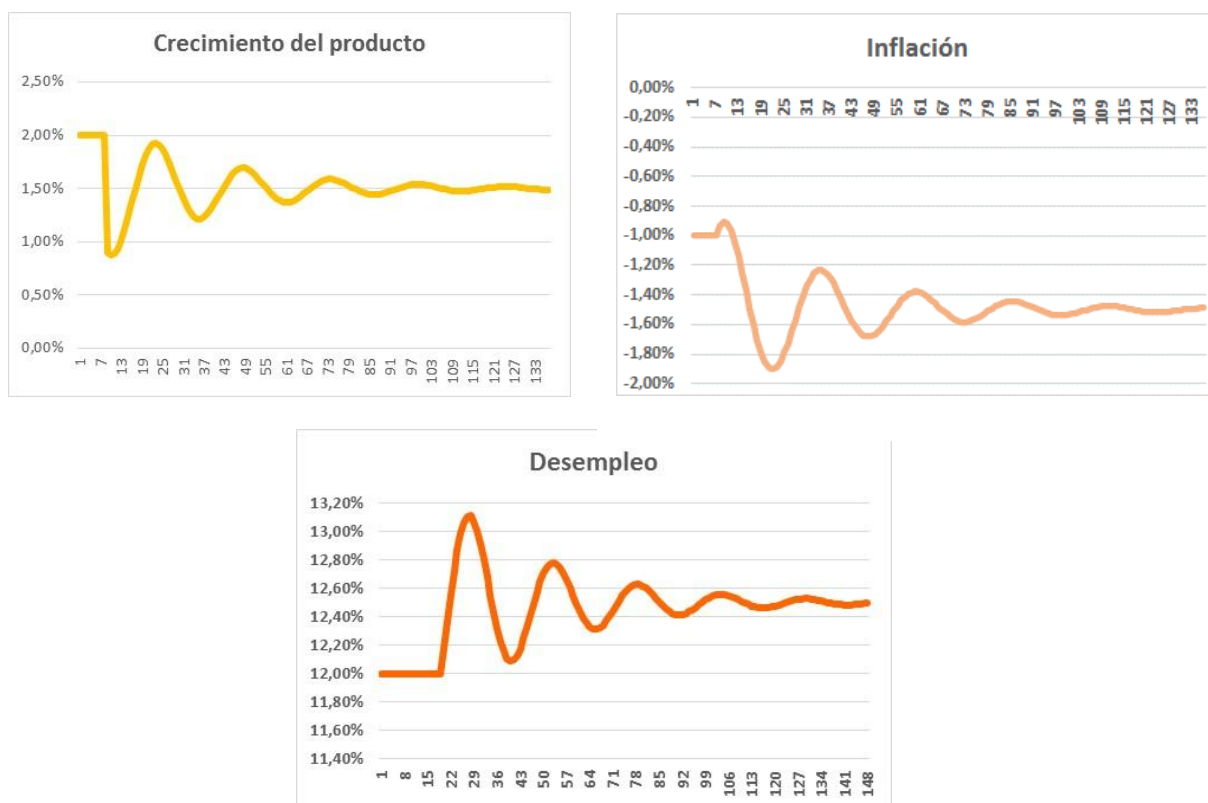
Como soporte para simular valores a ser incorporados en los parámetros de las ecuaciones del modelo, se emplea ChatGPT, IA generativa, más específicamente un Modelo de Lenguajes Grandes creado por OpenAI, realizando los controles necesarios a fin de garantizar la consistencia de los resultados obtenidos con la fundamentación conceptual latente y con aplicaciones empíricas (Giacone, 2025; Kambhatla, 2023; Macías Galea, 2025; OpenIA, 2022, 2023).

El desarrollo de actividades prácticas en el aula, combinadas con metodologías que integren IA, constituye un recurso pedagógico relevante en las disciplinas sociales. Esta integración facilita la adquisición de habilidades técnicas y promueve competencias cognitivas complejas como la creatividad y el pensamiento crítico para la evaluación de soluciones viables a problemáticas reales, relevante para la formación de los futuros profesionales. (Southworth *et al.* (2023) –citados por Yetişensoy & Rapoport (2023); Tramallino & Zeni (2024).

Respecto a la propuesta en sí, la misma se desarrolló siguiendo estos pasos:



Figura 4: Trayectoria simuladas



Fuente: elaboración propia.

El período analizado se caracteriza por un escaso crecimiento económico, una inflación reducida —e, incluso, deflación— y un elevado nivel de desempleo. Lo primero, se explica por la fragilidad externa y la pérdida de competitividad derivada de un tipo de cambio apreciado. Por su parte, la inflación reducida fue resultado del régimen de convertibilidad, que limitaba la expansión de la oferta monetaria. Finalmente, el elevado desempleo, se explica por la falta de competitividad.

En este contexto, el “Efecto Tequila”, desencadenado por la devaluación del peso mexicano provoca una fuga de capitales. Como medida precautoria, los inversores internacionales retiraron fondos de economías emergentes, incluida la argentina, que presentaba un déficit fiscal persistente financiado mediante endeudamiento, debido a la limitación para recurrir a la emisión monetaria.

Cabe destacar, para el análisis que nos ocupa, que se observa una disminución de la producción, debido al retiro de capitales extranjeros, entre otros factores. Esta contracción bajó la inflación e, incluso, generó deflación, intensificada por la salida de divisas y la consecuente caída monetaria. Finalmente, conforme a la LO, el desempleo se incrementó.

A modo de consideraciones finales, es posible señalar que se ha explorado a la IA como herramienta educativa, promoviendo su empleo responsable y crítico a fin de abordar creativa y ágilmente una problemática económica, que emplea ecuaciones en diferencias finitas. Se ha puesto énfasis en los aspectos conceptuales y en la interpretación de un fenómeno económico, tomando a la IA como una aliada, con sus potencialidades y limitaciones, en el desarrollo de habilidades analíticas. Lo anterior, constituye un desafío para estudiantes y docentes, en el camino de la construcción colaborativa de conocimientos significativos. Asimismo, se ha vinculado la asignatura en cuestión con otras que conforman el plan de estudios de la carrera.

BIBLIOGRAFÍA

- Arya, J. C., Lardner, R. W., & Ibarra Mercado, V. C. (2009). *Matemáticas aplicadas a la administración, economía, ciencias biológicas y sociales*. Pearson Educación de México.
- Balbás de la Corte, A., & González Romero, A. (1989). *Shocks en modelos dinámicos bajo previsión perfecta: Un análisis del corto plazo* [Documento de trabajo]. Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, Universidad Complutense de Madrid. <https://produccioncientifica.ucm.es/documentos/5f88eb1e29995259ef29863b>
- Belini, C., & Korol, J. C. (2012). *Historia económica de la Argentina en el siglo XX*. Siglo Veintiuno Editores.
- Blanchard, O., Amighini, A., & Giavazzi, F. (2012). *Macroeconomía*. Pearson Educación.
- Budnick, F. (1996). *Matemáticas aplicadas para administración, economía y ciencias sociales*. McGraw-
- Hill. Chiang, A. C., & Wainwright, K. (2008). *Métodos fundamentales de economía matemática*. McGraw-Hill. Di Stefano, S. O. (2002, junio 8). Lo que dejamos de tener: La convertibilidad en la década del 90. *Invenio*, 5(8), 67–82. <https://www.redalyc.org/pdf/877/87750806.pdf>
- Giacone, D. (2025, mayo 20). *IA y transformación para potenciar actividades científicas e industriales* [Video]. Disertación Cátedra “Matemática para Economistas II”, FCEyS-UNMDP. <https://www.youtube.com/watch?v=2UAzlvaj2uE>
- Haeussler, E. F., Paul, R. S., & Wood, R. J. (2008). *Matemáticas para administración y economía*. Pearson Educación.
- Kambhatla, K. (2023). An overview of generative AI. *Communications of the ACM*, 66(6), 16–17. <https://doi.org/10.1145/3598089>
- Macías Galea, I. (2025). Entre la eficiencia y la ética: Uso de la inteligencia artificial en la construcción de programas de clase. *Generando Productividad Institucional*, 13(1), 103–117. <https://doi.org/10.34070/rif.v13.i1.2025.408.103-117>
- OpenAI. (2022). *ChatGPT: Optimizing language models for dialogue*. <https://openai.com/research/chatgpt>
- OpenAI. (2023). *GPT-4 technical report* (Technical Report No. arXiv:2303.08774). <https://doi.org/10.48550/arXiv.2303.08774>
- Rengifo García, M., Quintero, I. C., Martínez, D., Sánchez, O., & Rincón García, J. L. (2017, enero–junio). La deuda externa y el “efecto tequila” en el contexto de la internacionalización financiera mundial. *Colección Académica de Ciencia Estratégica*, 4(1), 55–79. <http://hdl.handle.net/20.500.11912/9368>
- Tramallino, C. P., & Zeni, A. M. (2024, enero–junio). Avances y discusiones sobre el uso de inteligencia artificial (IA) en educación. *Educación*, 33(64), 29–54. <http://dx.doi.org/10.18800/educacion.202401.m002>

Yetişensoy, O., & Rapoport, A. (2023). Artificial intelligence literacy teaching in social studies education. *Journal of Pedagogical Research*, 7(3), 100–110. <https://doi.org/10.33902/JPR.202320866>

Zicari, J. (2014, julio–diciembre). Matrioskas económicas. La convertibilidad argentina, sus ciclos y tesis: Dinámica interna, sistema bancario, déficit fiscal y endeudamiento. *Ensayos de Economía*, 45, 155–182.

Zicari, J. (2016). *Las dos crisis de la convertibilidad y su dispar resolución: Una explicación sociopolítica*. *Espectros*, 2(3). https://espectros.com.ar/wp-content/uploads/2017/02/Las-dos-crisis-de-la-convertibilidad-y-su-dispar-resolución.-Una-explicación-sociopolítica_Julián-Zicari.pdf